

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Геологический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан геологического
факультета, чл.-корр. РАН
/ Еремин Н.Н. /



25 сентября 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Некорректные задачи геофизики

Уровень высшего образования:

Бакалавриат

Направление подготовки:

05.03.01. Геология

Профиль программы бакалавриата:

Геофизика

Форма обучения:

Очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
Учебно-методическим Советом
Геологического факультета МГУ
(протокол № 6 от 8 сентября 2025 г.)

Москва 2025

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Геология», утвержденным приказом по МГУ от 30.12.2016 № 1674 (в действующей редакции).

Год приема на обучение: 2022.

Цель и задачи дисциплины

Целью курса «Некорректные задачи геофизики» является получение знаний об основных особенностях обратных задач геофизики и приёмах, обеспечивающих их детальное и устойчивое решение.

Задачи - изучение основных проблем интерпретации геофизических данных и выработка навыков решения обратных задач об определении строения Земли по геофизическим данным с учётом некорректности их классической постановки.

Краткое содержание дисциплины (аннотация):

Рассмотрен математический аппарат, лежащий в основе решения некорректных задач геофизики, вводятся функциональные пространства, линейные операторы и функционалы. Обсуждается постановка и прямых и обратных задач в геофизике, излагаются основы теории регуляризации. Рассматриваются различные итерационные методы решения линейных и нелинейных обратных задач. Приводятся примеры решения некорректных задач в гравиразведке, магниторазведке и электроразведке.

1. Место дисциплины в структуре ОПОП. Относится к профильному блоку вариативной части ОПОП, является обязательной для освоения. Курс – 4, семестр – 7.

2. Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия. Базируется на знаниях по дисциплинам «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятности и математическая статистика», «Вычислительная математика», «Теория геофизических полей», «Магниторазведка», «Гравиразведка», «Электроразведка», «Сейсморазведка».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Компетенции выпускников (коды)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения компетенций
ОПК-1.Б.	Б.ОПК-1.И-1. Использует базовые знания фундаментальных разделов наук естественнонаучного и математического циклов в	Знать: классическую и условно-корректную постановку обратных задач геофизики; теорию регуляризованного решения обратных задач; теоретические основы методов решения линейных и нелинейных задач; Уметь: построить класс геофизических моделей Земли, в котором будет выполняться поиск решения обратной задачи; определить наилучший способ стабилизации решения обратной

	профессиональной деятельности	задачи; выбрать оптимальные методы минимизации невязки модельных и наблюдаемых данных с учётом априорных ограничений на геофизическую модель; Владеть: подходами к параметризации геофизических моделей; приёмами построения стабилизирующего функционала и выбора параметра регуляризации; методами минимизации Тихоновского функционала.
СПК-1.Б.	Б.СПК-1.И-1. Знает основы методов разведочной геофизики и их применения для решения различных геологических задач	Знать: особенности интерпретации геофизических данных как процесса решения некорректной задачи, а также способы повышения устойчивости её решения; Уметь: выбрать оптимальную методику интерпретации геофизических данных, в том числе многокомпонентных, включая тот или иной способ введения ограничений на получаемую модель среды; Владеть: основными методами интерпретации геофизических данных с использованием априорной голого-геофизической информации.

4. Объем дисциплины 2 з.е., в том числе 42 академических часа на контактную работу обучающихся с преподавателем (36 ч лекции, 6 ч семинары), 30 академических часов на самостоятельную работу обучающихся. Форма промежуточной аттестации – экзамен.

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, Форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе					
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) <i>Виды контактной работы, часы</i>			Самостоятельная работа обучающегося <i>Виды самостоятельной работы, часы</i>		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Всего	Подготовка к контрольной работе	Работа с литературой	Всего
Раздел 1. Введение в теорию обратных задач	19	12	2	14		5	5
Текущая аттестация 1: контрольная работа	5				5		5
Раздел 2. Оптимизационные методы решения обратных задач	19	12	2	14		5	5
Текущая аттестация 2: контрольная работа	5				5		5
Раздел 3. Примеры решения некорректных задач	19	12	2	14		5	5
Текущая аттестация 3: контрольная работа	5				5		5
Промежуточная аттестация ¹		Устный экзамен					
Итого	72	42			30		

¹ Промежуточная аттестация в форме экзамена проводится во время экзаменационной сессии, предусмотренной графиком учебного процесса.

РАЗВЕРНУТОЕ СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ И РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ

Содержание лекций

(1) Введение в теорию обратных задач

(1.1) Содержание курса. Операторы и функционалы в евклидовом пространстве

Постановка прямых и обратных задач геофизики. О курсе «Некорректные задачи геофизики». Литература. Евклидово пространство, норма вектора. Операторы в евклидовом пространстве, матрица линейного оператора. Норма оператора в евклидовом пространстве, непрерывный оператор. Линейные функционалы в евклидовом пространстве.

(1.2) Операторы и функционалы в функциональных пространствах

Метрическое пространство. Линейное и нормированное линейное пространства. Гильбертово пространство, иерархия функциональных пространств. Примеры функциональных пространств (C , L_1 , L_2 , W_2^1). Линейные операторы в функциональных пространствах. Постановка задачи приближения геофизических данных. Функционалы в функциональных пространствах. Сопряжённые операторы. Дифференцирование операторов и функционалов. Типы минимумов функционала.

(1.3) Постановка прямых и обратных задач в геофизике

Постановка прямых и обратных задач, три вопроса Адамара. Примеры формулировки прямых и обратных задач геофизики. Существование решения обратной задачи. Единственность решения обратной задачи. Неустойчивость решения обратной задачи. Чувствительность геофизических методов. Разрешающая способность геофизических методов.

(1.4) Основы теории регуляризации

Условно-корректная постановка обратных задач. Регуляризирующие операторы. Стабилизирующие функционалы. Функционал Тихонова. Стабилизаторы, использующие априорную модель. Сглаживающие стабилизаторы. Стабилизатор с минимальным носителем градиента. Выбор оптимального параметра регуляризации.

(2) Оптимизационные методы решения обратных задач

(2.1) Линейные дискретные обратные задачи

Сведение линейной дискретной задачи к решению СЛАУ. Решение переопределённой задачи методом наименьших квадратов (МНК). Решение недоопределённой задачи. Переопределённая задача с использованием весовых коэффициентов. Метод регуляризации линейной задачи. Метод регуляризации с использованием весовых коэффициентов.

(2.2) Вероятностный подход к линейной обратной задаче

Некоторые понятия и формулы теории вероятностей. Метод максимального правдоподобия. Метод максимальной апостериорной вероятности.

(2.3) Итерационные методы решения линейных обратных задач

Прямые и итерационные методы решения СЛАУ. Теория метода минимальных невязок (ММН). Применение ММН для решения уравнения Эйлера. Применение ММН для решения уравнения обратной задачи. Уравнения для регуляризованной линейной задачи. Решение уравнения Эйлера для Тихоновского функционала методом ММН. Решение уравнения обратной регуляризованной задачи методом ММН.

(2.4) Методы решения нелинейных обратных задач

Нелинейные обратные задачи. Метод скорейшего спуска (МСС). Выбор длины итерационного шага в МСС. Вычислительная схема МСС. Метод Ньютона. Метод Ньютона с поиском по направлению. Метод сопряжённых градиентов (МСГ). О регуляризованных методах решения нелинейных задач.

(3) Примеры решения некорректных задач

(3.1) Примеры решения некорректных задач в гравиразведке и магниторазведке

Постановка прямых и обратных задач в гравиметрии и магнитометрии. Специфика корректности обратных задач гравиразведки и магниторазведки. Роль априорной информации при решении обратных задач. Задача о продолжении потенциального поля в сторону источников. Обратные задачи гравиразведки, сводящиеся к интегральному уравнению Фредгольма 1-го рода типа свертки. Определение формы тела по гравиметрическим данным. Вычисление распределения плотности для системы тел. Пересчет магнитного поля в нижнее полупространство с использованием алгоритма регуляризации. Методы решения структурных задач в гравиметрии и магнитометрии.

(3.2) Примеры решения некорректных задач в электроразведке

Геоэлектрические данные и методы их анализа. Геоэлектрические модели и методы решения прямых задач. Многокритериальные обратные задачи. О совместной интерпретации гальванических и индукционных зондирований. Принцип информационной дополненности в магнитотеллурике. 3D инверсия МТ данных на одиночном профиле. Примеры 1D, 2D и 3D интерпретации.

Применение нейронных сетей при решении обратных задач магнитотеллурики.

План проведения семинаров

1. Примеры функционалов при совместной инверсии данных геофизических методов
2. Детерминированные и стохастические подходы к решению обратных задач
3. Комплексная интерпретация геофизических данных

6. Фонд оценочных средств для оценивания результатов обучения по дисциплине:

Типовые задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения:

Примеры вопросов на контрольных работах

- Формула расстояния между элементами функционального пространства $C1 / L2$;
- Определение сопряжённого оператора;
- Формула чувствительности / разрешающей способности геофизического метода;
- Определение использующего априорную модель / сглаживающего стабилизатора;
- Решение уравнения обратной задачи методом минимальных невязок;
- Вычислительная схема метода скорейшего спуска.

Вопросы к экзамену

1. Операторы в евклидовом пространстве, матрица линейного оператора.
2. Норма оператора в евклидовом пространстве, непрерывный оператор.
3. Линейные функционалы в евклидовом пространстве.
4. Метрическое пространство.
5. Линейное и нормированное линейное пространства.
6. Гильбертово пространство, иерархия функциональных пространств.
7. Примеры функциональных пространств.
8. Линейные операторы в функциональных пространствах.
9. Постановка задачи приближения геофизических данных.
10. Функционалы в функциональных пространствах.
11. Сопряжённые операторы.
12. Дифференцирование операторов и функционалов.
13. Типы минимумов функционала.
14. Прямые и обратные задачи. Три вопроса Адамара.
15. Примеры формулировки прямых и обратных задач геофизики.
16. Существование решения обратной задачи.

17. Единственность решения обратной задачи.
18. Неустойчивость решения обратной задачи.
19. Чувствительность геофизических методов.
20. Разрешающая способность геофизических методов.
21. Условно-корректная постановка обратных задач.
22. Регуляризирующие операторы.
23. Стабилизирующие функционалы.
24. Функционал Тихонова.
25. Стабилизаторы, использующие априорную модель.
26. Сглаживающие стабилизаторы.
27. Функционал с минимальным носителем градиента.
28. Выбор оптимального параметра регуляризации.
29. Сведение линейной дискретной задачи к решению СЛАУ.
30. Решение переопределённой задачи методом наименьших квадратов.
31. Решение недоопределённой задачи.
32. Использование весовых коэффициентов в линейной дискретной задаче.
33. Метод регуляризации линейной дискретной задачи.
34. Метод регуляризации с использованием весовых коэффициентов.
35. Некоторые понятия и формулы теории вероятностей.
36. Метод максимального правдоподобия.
37. Метод максимальной апостериорной вероятности.
38. Прямые и итерационные методы решения СЛАУ.
39. Теория метода минимальных невязок (ММН).
40. Применение ММН для решения уравнения Эйлера.
41. Применение ММН для решения уравнения обратной задачи.
42. Решение уравнения Эйлера для Тихоновского функционала методом ММН.
43. Решение уравнения обратной регуляризованной задачи методом ММН.
44. Метод скорейшего спуска (МСС).
45. Выбор длины итерационного шага в МСС.

46. Вычислительная схема метода скорейшего спуска.
47. Метод Ньютона.
48. Метод Ньютона с поиском по направлению.
49. Метод сопряжённых градиентов (МСГ).
50. Постановка прямых и обратных задач в гравиметрии и магнитометрии. Фильтрационные свойства ядер преобразования прямой и обратной задач гравиразведки и магниторазведки, регуляризатора в обратных задачах.
51. Специфика корректности обратных задач в гравиразведке и магниторазведке. Роль априорной информации.
52. Задача о продолжении потенциального поля в сторону источников.
53. Обратные задачи гравиразведки, сводящиеся к интегральному уравнению Фредгольма 1-го рода. Расчет распределения плотности в горизонтальном слое по гравитационному полю.
54. Понятие совместной инверсии. Расчет намагниченности в слое по данным многоуровневых магнитометрических съёмок.
55. Геоэлектрические данные и методы их анализа.
56. Геоэлектрические модели и методы решения прямых задач.
57. Совместная интерпретация гальванических и индукционных зондирований.
58. Принцип информационной дополненности при 2D интерпретации МТ данных.
59. 3D инверсия МТ данных на одиночном профиле.
60. Примеры 1D, 2D и 3D интерпретации ЭМ данных.

Шкала и критерии оценивания

Результаты обучения, соответствующие виды оценочных средств	«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
Знания классической и условно-корректной постановки обратных задач геофизики; теории регуляризованного решения обратных задач; теоретических основ методов решения линейных и нелинейных задач <i>(письменный или устный опрос)</i>	Знания отсутствуют	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Систематические знания
Умения построить класс геофизических моделей Земли, в котором будет выполняться поиск решения обратной задачи; определить наилучший способ стабилизации решения обратной задачи; выбрать оптимальные методы минимизации невязки модельных и наблюдаемых данных с учётом априорных ограничений на геофизическую модель <i>(письменный или устный опрос)</i>	Умения отсутствуют	В целом успешное, но не систематическое умение, допускает неприципиальные неточности	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы	Успешное умение
Навыки владения подходами к параметризации геофизических моделей; приёмами построения стабилизирующего функционала и выбора параметра регуляризации; методами минимизации Тихоновского функционала <i>(письменный или устный опрос)</i>	Навыки владения отсутствуют	Фрагментарное владение методикой, наличие отдельных навыков	В целом сформированные навыки	Свободное владение и использование

7. Ресурсное обеспечение

Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная

- Тихонов А.Н., Дмитриев В.И., Гласко В.Б. Математические методы в разведке полезных ископаемых. М.: Знание, 1983. 64 с.
- Дмитриев В.И. Обратные задачи геофизики. М.: МАКС Пресс, 2012. 340 с.
- Жданов М.С. Теория обратных задач и регуляризации в геофизике. М.: Научный мир, 2007. 712 с.

Дополнительная

- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
- Яновская Т.Б., Порохова Л.Н. Обратные задачи геофизики. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2004. 214 с.
- Tarantola A. Inverse problem theory. Philadelphia: SIAM, 2005. 342 p.

8. Язык преподавания: русский.

9. Преподаватели: проф. Пушкарев П.Ю., доц. Лыгин И.В. (ответственный – Пушкарев П.Ю.)

10. Разработчики программы: проф. Пушкарев П.Ю., доц. Лыгин И.В.