Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Геологический факультет

УТВЕРЖДАЮ
И.о. декана Геологического факультета
Член-корреспондент
____________/Н.Н.Еремин/

«28» сентября 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Авторы-составители: Печенцов А.С., Кудрявцев Н.Л.

Уровень высшего образования:
Бакалавриат

Направление подготовки:

05.03.01 Геология

Направленность (профиль) ОПОП:

Геофизика

Форма обучения:

Очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

Учебно-методическим Советом Геологического факультета

(протокол № 5, 28.09.2023)

Москва

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Геология» (*программы бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки)*

Год (годы) приема на обучение – 2023

Цель и задачи дисциплины
Целью курса "Высшая математика" является развитие математической культуры, освоение студентами теоретических основ, служащих базисом приложений математики, методов математического моделирования в естествознании.
Задачи – освоение методов исследования последовательностей и функций, вычислений и оценок интегралов и их использование при решении различных задач.
1. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО – базовая часть, профессиональный цикл, профессиональные дисциплины по выбору, курс – I, семестры – 1-2.

2. Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия:
освоение дисциплин «Высшая математика».
Дисциплина необходима в качестве предшествующей для дисциплин «Математический анализ», «Теория функций комплексной переменной», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Вычислительная математика», «Уравнения математической физики», «Интегральные преобразования, а также для научно-исследовательской работы и выполнения выпускных квалификационных работ.
3. Результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.
Компетенции выпускников, формируемые (полностью или частично) при реализации дисциплины:
УК-5.Б Способность в контексте профессиональной деятельности использовать знания об основных понятиях, объектах изучения и методах естествознания.
ОПК-4.Б Способность применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

Знать: определения, свойства функций, непрерывных на отрезке, формулы Лагранжа и Коши, правило Лопиталя, формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа, теорию локальных экстремумов, формулу Ньютона-Лейбница и применение интеграла Римана и несобственных интегралов, свойства непрерывных функций многих переменных, условия дифференцируемости функции многих действительных переменных, свойства градиента, формулы Тейлора для функций многих переменных, условия локального экстремума, метод множителей Лагранжа, условия сходимости (расходимости) числовых рядов.

Уметь: проверять выполнимость определений, вычислять пределы, дифференцировать и интегрировать функции, проводить исследования последовательностей и функций и применять их к решению разных задач, исследовать на сходимость и абсолютную сходимость числовые ряды.

Владеть: методами исследования последовательностей, числовых рядов, функций как одной, так и нескольких действительных переменных, и интегралов.

4. Формат обучения – лекционные и семинарские занятия

5. Объем дисциплины (модуля) составляет **9** з.е., **324** академических часа, в том числе

222 академических часа отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (**142** часа – занятия лекционного типа, **80** часов – занятия семинарского типа), **102** академических часа на самостоятельную работу обучающихся.
Форма промежуточной аттестации – **экзамен**

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

Краткое содержание дисциплины (аннотация):

В курсе "Высшей математики" излагаются следующие проблемы:

- введение в математический анализ, включающее элементы теории множеств, свойства множества действительных чисел, множество комплексных чисел, конечные и бесконечные множества, предел последовательности и его свойства, предел функции в точке и его свойства
- свойства функций, непрерывных в точке, точки разрыва
- свойства непрерывных на отрезке функций, непрерывность элементарных функций
- дифференциальное исчисление функций одной переменной
- первообразная и неопределенный интеграл
- интеграл Римана и его приложения
- несобственный интеграл
- метрические пространства, Rn. Предел и непрерывность функций многих переменных
- дифференциальное исчисление функций многих переменных
- числовые ряды

На практических занятиях студенты развивают умение логического мышления, знакомясь с основными понятиями математического анализа, учатся оперировать с абстрактными объектами, овладевают техникой вычислений пределов и интегралов, исследования функций, приобретают навыки использования теоретических знаний для решения конкретных задач.

Наименование и краткое содержание разделов дисциплины (модуля) Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	**Всего (часы)**	В том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы			**Самостоятельная работа обучающегося, часы** *(виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр. – указываются при необходимости)*
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Всего	
Раздел 1. Введение в математический анализ.		38	17	55	Подготовка к контрольному опросу
Раздел 2. Свойства функций, непрерывных в точке. Точки разрыва.		8	5	13	Подготовка к контрольному опросу
Раздел 3. Свойства функций, непрерывных на отрезке, непрерывность элементарных функций.		8	4	12	Контрольная работа
Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменой.		20	12	32	Контрольная работа
Раздел 5. Первообразная и неопределенный интеграл.		4	6	10	
Промежуточная аттестация **экзамен**					10
Раздел 6. Интеграл Римана и его приложения.		14	7	21	Подготовка к контрольному опросу
Раздел 7. Несобственный интеграл.		8	4	12	Подготовка к контрольному опросу Контрольная работа
Раздел 8. Метрические пространства, Rn. Предел и непрерывность функций многих переменных.		14	6	20	
Раздел 9. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.		20	12	32	Контрольная работа
Раздел 10. Числовые ряды.		8	7	15	
Промежуточная аттестация **экзамен**					10
Всего		**142**	**80**	222	
Итого	**324**	**222**		-	**102**

Содержание разделов дисциплины:

1. Введение в математический анализ.

Множества и операции над множествами. Действительные числа. Модуль числа, неравенства с модулем. Бином Ньютона, неравенство Бернулли. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Формулы умножения и деления комплексных чисел в тригонометрической форме записи. Формула Муавра. Корень n-й степени из комплексного числа. Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Принцип вложенных отрезков. Конечные и бесконечные множества. Свойства бесконечных множеств. Счетность рациональных чисел. Несчетность множества действительных чисел. Предел последовательности и его свойства. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Функции (отображения). Сужение отображения. Сюръекция, инъекция, биекция. Обратное отображение. Композиция отображений. Точки прикосновения, предельные и изолированные точки множества. Предел функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность. Свойства предела функции. Критерий Коши существования предела функции. Сравнение функций при $x \longrightarrow a$.

2. Свойства функций, непрерывных в точке. Точки разрыва.

Непрерывность функции в точке. Односторонние пределы. Критерии существования предела и непрерывности функции через односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Точки разрыва монотонной функции. Замечательные пределы.

3. Свойства непрерывных на отрезке функций, непрерывность элементарных функций.

Ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточные значения функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность. Критерий непрерывности монотонных функций. Непрерывность обратной функции. Замечательные пределы. Непрерывность основных элементарных функций.

4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Производная функции в точке. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции в точке. Связь непрерывности и дифференцируемости. Геометрический смысл производной и дифференциала. Правила дифференцирования. Инвариантность формы записи дифференциала. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производные основных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Локальный экстремум.Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Связь монотонности и знака производной. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Разложение некоторых функций по формуле Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Необходимое и достаточные условия локального экстремума. Выпуклость функции. Достаточное условие выпуклости функции. Выпуклость и касательные. Точки перегиба. Необходимое и достаточные условия перегиба. Асимптоты,

5. Первообразная и неопределенный интеграл.

Первообразная, общий вид первообразной на промежутке. Неопределенный интеграл и его простейшие свойства. Формулы замены переменной и интегрирования по частям. Таблица неопределенных интегралов.

6. Интеграл Римана и его приложения.

Интеграл Римана и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, замена переменной в интеграле Римана и интегрирование по частям. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Приложения интеграла Римана.

7. Несобственный интеграл.

Линейность несобственного интеграла. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница, замена переменной, интегрирование по частям. Несобственные интегралы от знакопостоянных функций. Критерий сходимости и достаточные условия сходимости (расходимости) интеграла. Метод выделения главной части. Несобственные интегралы от знакопеременных функций, абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости Дирихле и Абеля. Несоюственный интеграл в смысле главного значения.

8. Метрические пространства, Rn. Предел и непрерывность функций многих переменных.

Метрика, метрическое пространство, пространство Rn. Сходимость последовательностей в метрическом пространстве (Rn). Внутренние, внешние и граничные точки множеств. Открытые и замкнутые множества в МП. Компакты в МП и их свойства. Теорема Больцано-Вейерштрасса для компактов. Критерий компактности в Rn. Полнота Rn. Предел и непрерывность отображений в точке. Свойства отображений, непрерывных на компактах и линейно связных множествах.

9. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.

Пространство Rn как векторное нормированное пространство. Дифференцируемость функций многих переменных в точке, дифференциал. Производная по направлению, частные производные. Необходимое условие дифференцируемости. Градиент функции и его свойства. Достаточное условие дифференцируемости. Геометрический смысл дифференциала. Цепное правило. Инвариантность дифференциала. Свойство дифференциалов функций многих переменных. Частные производные высших порядков. Теоремы о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формулы Тейлора с остаточными членами в форме Лагранжа и Пеано. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума. Неявные функции. Теорема о неявной функции. Уравнение касательной плоскости и нормали к заданной неявно поверхности. Неявное отображении. Условный экстремум, метод множителей Лагранжа. Предел и непрерывность вектор-функций. Дифференцируемость вектор-функций. Матрицы Якоби и их свойства. Условие локального обращения отображения.

10. Числовые ряды.

Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Линейность суммы ряда, остаток ряда. Критерий Коши сходимости рядов. Критерий сходимости знакопостоянных рядов, достаточное условие сходимости (расходимости) знакопостоянного ряда. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Интегральный признак Коши. Метод выделения главной части. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. Признаки Абеля и Дирихле.

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль усвоения дисциплины осуществляется при сдаче каждым студентом письменных контрольных опросов и контрольных работ.

Примерный перечень вопросов для проведения текущего контроля:

I-й семестр

I. Определения.

1. Подмножество множества, $A\bigcup B$, $A\bigcap B$, $A\setminus B$, $\bigcup\limits_{\alpha\in I} A_\alpha$, $\bigcap\limits_{\alpha\in I} A_\alpha$.
2. Поле. Отношение порядка. Полнота множества действительных чисел.
3. Модуль числа. Окрестности точек в **R**. Проколотые окрестности.

4. Определение комплексных чисел.
5. Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Действительная и мнимая части комплексного числа. Модуль комплексного числа. Комплексное сопряжение.
6. Аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
7. Ограниченное сверху (снизу) множество.
8. Не ограниченное сверху (снизу) множество.
9. Ограниченное множество.
10. Неограниченное множество.
11. Верхняя грань множества.
12. Нижняя грань множества.
13. Сформулировать, что значит, что данное число не является верхней гранью множества.
14. Сформулировать, что значит, что данное число не является нижней гранью множества.
15. Система вложенных (стягивающихся) отрезков.
16. Понятие взаимно-однозначного соответствия.
17. Эквивалентные (равномощные) множества.
18. Конечное множество. Число элементов множества.
19. Бесконечное множество. Счетное множество.
20. Несчетное множество. Множество мощности континуум.
21. Последовательность.
22. Предел последовательности (ε-n и окрестностное определения).
23. $\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty$.
24. $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.
25. $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$.
26. Сформулировать, что значит, что данное число не является пределом последовательности.
27. Сходящаяся последовательность.
28. Расходящаяся последовательность.
29. Последовательность, ограниченная сверху (снизу).
30. Последовательность, не ограниченная сверху (снизу).
31. Ограниченная последовательность.
32. Неограниченная последовательность.
33. Подпоследовательность последовательности.
34. Частичный предел последовательности.
35. Фундаментальная последовательность.
36. Отображения. Сужение отображения. Инъекция и сюръекция.
37. Биекция. Обратное отображение. Композиция отображений.
38. Точка прикосновения множества.
39. Предельная точка множества.
40. Изолированная точка множества.
41. Предел функции по Коши (окрестностное и ε-δ определения).
42. Непрерывность функции в точке.
43. $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$.
44. $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$.
45. $\lim_{x\to a} f(x) = \infty$.
46. $\lim_{x\to -\infty} f(x) = b$.

47. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = b$.
48. $\lim_{x\to\infty} f(x) = b$.
49. Определение предела по Гейне.
50. Сформулировать, что значит, что функция не имеет предела по Гейне.
51. Ограниченная сверху (снизу) на множестве функция.
52. Не ограниченная сверху(снизу) на множестве функция.
53. Ограниченная на множестве функция.
54. Не ограниченная на множестве функция.
55. Ограниченная при $x \to a$ функция.
56. Не ограниченная при $x \to a$ функция.

II.

1. Правила Де Моргана.
2. Неравенства с модулями.
3. Неравенство Бернулли.
4. Биномиальные коэффициенты, тождество для биномиальных коэффициентов.
5. Бином Ньютона.
6. Произведение и частное двух комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме. Формула Муавра.
7. Корень n-й степени из комплексного числа.
8. Существование верхней (нижней) грани.
9. Свойства верхней (нижней) грани.
10. Неограниченность множества натуральных чисел.
11. Существование счетного подмножества у произвольного бесконечного множества.
12. Счетность любого бесконечного подмножества счетного множества.
13. Счетность счетного или конечного объединения счетных множеств. Счетность множества рациональных чисел.
14. Доказать, что никакое действительное число не является пределом последовательности $(-1)^n$.
15. Единственность предела.
16. Ограниченность сходящейся последовательности.
17. Сходимость постоянной последовательности.
18. Сходимость последовательности из модулей.
19. Лемма о знаке.
20. Доказать, что $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$, $\lim_{n\to\infty} a^n$=∞, если a>1 и $\lim_{n\to\infty} q^n = 0$, если |q|<1.
21. Сумма бмп – бмп.
22. Произведение бмп на ограниченную последовательность – бмп, произведение бмп – бмп.
23. Связь бмп и ббп.
24. Арифметические свойства предела.
25. Лемма «о 2-х милиционерах».
26. Переход к пределу в неравенствах.
27. Число «е».
28. Теорема о выделении подпоследовательности из ббп.
29. Лемма о подпоследовательностях последовательности, имеющей предел.
30. Фундаментальность сходящейся последовательности.

31. Ограниченность фундаментальной последовательности.
32. Расходимость последовательности $x_n=1+1/2+1/3+\ldots+1/n$.
33. Эквивалентное описание предельных точек и точек прикосновения множества.
34. Свойство локальности предела функции.
35. Предел функции в точке из области определения функции.
36. Предел функции в изолированной точке области определения.
37. Простейшие свойства пределов функций.
38. Лемма о знаке для функций.
39. Арифметические свойства предела функций, связь бмф и ббф.
40. Переход к пределу в неравенствах, лемма «о двух милиционерах».
41. Теорема о пределе композиции.

III.

1. Теорема о вложенных отрезках.
2. Теорема о стягивающейся системе отрезков.
3. Несчетность невырожденного отрезка и $\mathbf{R}$.
4. Теорема Вейерштрасса о монотонных последовательностях. Критерий сходимости
   монотонных последовательностей.
5. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
6. Сходимость фундаментальной последовательности, у которой имеется сходящаяся подпоследовательность. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.
7. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне.
8. Критерий Коши существования предела функции.

II-й семестр

I. Определения.

1. Интегральные суммы Римана.
2. Предел интегральных сумм Римана. Интеграл Римана функции.
3. Сформулировать, что значит, что функция не интегрируема по Риману на данном отрезке.
4. Верхние и нижние суммы Дарбу. Верхний и нижний интегралы Дарбу.
5. Кусочно-непрерывная функция.
6. Аддитивная функция ориентированного промежутка.
7. Несобственный интеграл по полуинтервалу и интервалу.
8. Общее определение несобственного интеграла.
9. Абсолютная и условная сходимость НИ.
10. НИ в смысле главного значения в случае внутренней особой точки.
11. НИ в смысле главного значения для функций, заданных на R.
12. Определение метрики и метрического пространства.
13. Определение предела последовательности в метрическом пространстве.
14. Сходимость последовательности в метрическом пространстве.
15. Шар и замкнутый шар в метрическом пространстве.
16. Внутренняя точка множества.
17. Внешняя точка множества.
18. Граничная точка множества.
19. Открытое в метрическом пространстве множество.

20. Замкнутое в метрическом пространстве множество.
21. Предельная точка множества.
22. Эквивалентные описания предельных точек множества.
23. Замыкание множества в МП.
24. Ограниченное в метрическом пространстве множество.
25. Покрытие множества.
26. Определение компакта.
27. Последовательность Коши в метрическом пространстве
28. Полное метрическое пространство.
29. Предел отображения в точке по Коши
30. Предел отображения в точке по Гейне.
31. Непрерывность функции в точке и на множестве.
32. Равномерная непрерывность отображения.
33. Непрерывная кривая.
34. Линейно связное множество.
35. Область. Замкнутая область.

II.

1. Единственность интеграла Римана функции.
2. Необходимое условие интегрируемости.
3. Линейность интеграла Римана.
4. Неотрицательность интеграла от неотрицательной функции.
5. Интегрирование неравенств.
6. Интегрируемость функции, отличающейся от некоторой интегрируемой функции в конечном числе точек.
7. Связь интегральных сумм Римана и Дарбу.
8. Связь между верхними и нижними суммами Дарбу.
9. Лемма о разности верхней и нижней сумм Дарбу.
10. Соотношения между верхним и нижним интегралами Дарбу.
11. Интегрируемость по подотрезкам.
12. Аддитивность интеграла по отрезкам.
13. Монотонность интеграла от неотрицательной функции по отрезкам.
14. Интегрируемость кусочно-непрерывных функций.
15. Интегрирование произведения функций.
16. Интегрирование модуля и оценка интеграла.
17. Общий вид аддитивной функции ориентированного промежутка.
18. Формула площади в ДСК и ПСК.
19. Объём тела вращения.
20. Длина кривой.
21. Совпадение НИ и интеграла Римана для интегрируемой функции.
22. Равносильность сходимости НИ и сходимости его «хвостов».
23. Линейность НИ.
24. Интегрирование неравенств (случай НИ).
25. Формула Ньютона-Лейбница для НИ.
26. Замена переменных в НИ.
27. Интегрирование по частям НИ.
28. Критерий Коши сходимости НИ.
29. Критерий сходимости НИ от неотрицательных функций.
30. Признак сравнения НИ.
31. Метод выделения главной части.

32. Признаки Дирихле и Абеля сходимости НИ. Исследование на сходимость и абсолютную сходимость интеграла Дирихле.
33. Единственность предела в метрическом пространстве.
34. Доказательство, что введенная функция является метрикой в Rn.
35. Неравенства для метрики в Rn.
36. Замкнутость границы множества.
37. Открытость шара в МП.
38. Замкнутость в МП замкнутого шара.
39. Теорема об открытых множествах.
40. Теорема о замкнутых множествах.
41. Эквивалентные утверждения о замкнутых множествах.
42. Компактность замкнутых подмножеств компакта.
43. Критерий компактности в Rn.
44. Теорема Больцано-Вейерштрасса в Rn.
45. Свойства предела и непрерывности, связанные с многомерностью

III.

1. Критерий Дарбу интегрируемости функций.
2. Интегрируемость монотонных функций.
3. Интегрируемость непрерывных функций.
4. Интегральная теорема о среднем. Следствие.
5. Теорема об обращении в нуль подынтегральной функции.
6. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом интегрирования.
7. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом интегрирования.
8. Существование первообразной у непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Теорема о замене переменной в интеграле Римана.
10. Формула интегрирования по частям.
11. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
12. Условие порождения аддитивной функции ориентированного промежутка интегралом Римана.
13. Теорема об ограниченности компакта.
14. Теорема о замкнутости компакта.
15. Теорема Больцано-Вейерштрасса для компактов метрических пространств.
16. Компактность n-мерного бруса в Rn.
17. Сходимость и фундаментальные последовательности в Rn.
18. Полнота МП Rn.
19. Непрерывные на компакте функции.
20. Теорема Больцано-Коши.
21. Теорема об образе линейно связного множества.

Темы контрольных работ:

Семестр I:
контрольная работа 1 – предел последовательностей и функций;
контрольная работа 2 – дифференциальное исчисление функций одной переменной

Семестр II:
контрольная работа 1 – ряды и несобственные интегралы

контрольная работа 2 – функции многих переменных и интегралы, зависящие от параметра

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Примерный перечень вопросов при промеж ут очной ат т ест ации:

I-й семестр.

1. Множества и операции над множествами.
2. Действительные числа. Модуль числа, неравенства с модулем. Окрестности. Бином Ньютона, неравенство Бернулли.
3. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Формулы умножения и деления комплексных чисел в тригонометрической форме записи. Формула Муавра. Корень n-й степени из комплексного числа.
4. Верхняя и нижняя грани числовых множеств.
5. Принцип вложенных отрезков.
6. Конечные и бесконечные множества. Свойства бесконечных множеств.
7. Счетность рациональных чисел. Несчетность множества действительных чисел.
8. Предел последовательности и его простейшие свойства. Лемма о знаке.
9. Бмп и их свойства. Связь бмп и ббп. Примеры.
10. Арифметические свойства предела. Лемма о двух милиционерах. Переход к пределу в неравенствах.
11. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса.
12. Число «е».
13. Подпоследовательность последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
14. Теорема о выделении ббп из неограниченной последовательности. Сходимость подпоследовательности последовательности, имеющей предел.
15. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.
16. Функции (отображения). Сужение отображения. Сюръекция, инъекция, биекция. Обратное отображение. Композиция отображений.
17. Точки прикосновения, предельные и изолированные точки множества. Эквивалентные описания предельных точек и точек прикосновения множества. Примеры.
18. Предел функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность. Значение предела функции в точке, входящей в область определения функции.
19. Простейшие свойства предела функции. Лемма о двух милиционерах, переход к пределу в неравенствах. Бмф и их свойства, связь с ббф. Примеры.
20. Критерий Коши существования предела функции.
21. Предел композиции. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в изолированной точке ее области определения. Свойства непрерывных функций. Непрерывность композиции непрерывных функций. Лемма о восстановлении значения непрерывной в точке a функции по ее значениям в точках, отличных от a.
22. Односторонние пределы. Примеры. Критерии существования предела и непрерывности функции через односторонние пределы.
23. Монотонные функции. Предел монотонной функции.
24. Точки разрыва и их классификация. Точки разрыва монотонной функции. Примеры.
25. Замечательные пределы.
26. Сравнение функций при $x \to a$.
27. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.
28. Теорема Больцано-Коши и ее следствия.
29. Равномерная непрерывность. Примеры. Теорема Кантора.
30. Критерий непрерывности монотонных функций. Обратная функция. Непрерывность обратной функции.

31. Непрерывность элементарных функций.
32. Производная функции в точке. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции
в точке. Связь непрерывности и дифференцируемости.
33. Правила дифференцирования. Геометрический смысл производной и дифференциала.
34. Производная композиции. Инвариантность 1-го дифференциала. Производная обратной функции.
35. Производные основных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков.
36. Локальный экстремум. Теорема Ферма. Теорема Ролля.
37. Теоремы Лагранжа и Коши. Связь монотонности и знака производной.
38. Правило Лопиталя: неопределенность 0/0.
39. Правило Лопиталя: неопределенность oo/oo.
40. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Примеры.
41. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Асимптоты, пример.
42. Необходимое и два достаточных условия локального экстремума.
43. Выпуклость функции. Достаточное условие выпуклости функции.
44. Выпуклость и касательные. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.
45. Первообразная, общий вид первообразной на промежутке. Неопределенный интеграл и его простейшие свойства.
46. Формула замены переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям. Таблица неопределенных интегралов.

Геологический факультет, специальность «геофизика», 2-й семестр

1. Интеграл Римана. Необходимое условие интегрируемости. Пример.
2. Линейность интеграла, интегрирование неравенств, равенство интегралов от функций, отличающихся в конечном числе точек.
3. Верхняя и нижняя суммы Дарбу, свойства этих сумм.
4. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Критерий Дарбу интегрируемости функций.
5. Классы интегрируемых функций.
6. Интегрируемость по подотрезкам, аддитивность интеграла по отрезкам, монотонность интеграла по отрезкам от неотрицательных функций.
7. Интегрируемость кусочно-непрерывных функций, произведения функций и модуля функций.
8. Интегральная теорема о среднем. Теорема об обращении в нуль подынтегральной функции.
9. Интегралы с переменными пределами интегрирования.
10. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в интеграле, интегрирование по частям. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
11. Аддитивная функция ориентированного промежутка.
12. Геометрические приложения определенного интеграла.
13. Несобственные интегралы. Примеры. Критерий Коши сходимости НИ. Формула Ньютона-Лейбница для НИ.
14. Замена переменной в НИ, интегрирование по частям, линейность НИ, интегрирование неравенств.
15. НИ от знакопостоянных функций. Критерий сходимости, признак сравнения. Метод выделения главной части. Примеры.
16. НИ от знакопеременных функций: признаки Абеля и Дирихле. Абсолютная и условная сходимости НИ. Пример. НИ в смысле главного значения.

17. Метрические пространства, Rn. Сходимость последовательностей в МП. Полные МП. Полнота Rn.
18. Шары в МП. Внутренние, внешние и граничные точки множеств. Открытые и замкнутые множества в МП. Лемма о шарах.
19. Свойства открытых и замкнутых множеств в МП. Эквивалентные условия замкнутости множества в МП.
20. Компакты в МП и их свойства. Теорема Больцано-Вейерштрасса для компактов.
21. Компакты в Rn, критерий компактности в Rn. Теорема Больцано-Вейерштрасса в Rn.
22. Предел и непрерывность отображений в точке.
23. Свойства отображений, непрерывных на компактах и линейно связных множествах.
24. Дифференцируемость функций многих переменных в точке, дифференциал. Производная по направлению, частные производные. Необходимое условие дифференцируемости. Градиент функции и его свойства.
25. Достаточное условие дифференцируемости. Геометрический смысл дифференциала.
26. Цепное правило. Инвариантность дифференциала. Свойство дифференциалов функций многих переменных.
27. Частные производные высших порядков. Теоремы о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков.
28. Формулы Тейлора с остаточными членами в форме Лагранжа и Пеано.
29. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие locextr. Достаточное условие locextr по 2-му дифференциалу.
30. Неявные функции. Теорема о неявной функции. Уравнение касательной плоскости и нормали к заданной неявно поверхности.
31. Теорема о неявном отображении. Условный экстремум.
32. Предел и непрерывность вектор-функций. Дифференцируемость вектор-функций.
33. Матрицы Якоби и их свойства. Условие локального обращения отображения. Пример.
34. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Линейность суммы ряда, остаток ряда. Критерий Коши сходимости рядов. Примеры.
35. Критерий сходимости знакопостоянных рядов, признак сравнения. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Интегральный признак Коши. Метод выделения главной части. Примеры.
36. Знакопеременные ряды: абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. Признаки Абеля и Дирихле. Примеры.

Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине.

Результаты обучения	«Неудовлетво-рительно»	«Удовлетво-рительно»	«Хорошо»	«Отлично»
Знания	Знания отсутствуют или фрагментарны	Знание определений и формулировок, умение доказывать простейшие	Общие, структурированные знания, имеются пробелы в доказательствах	Систематические знания

		утверждения	отдельных утверждений	
Умения	Умения в целом отсутствуют, допускаются ошибки принципиального характера	В целом успешное использование умений, но имеются отдельные пробелы в умениях, допускаются неточности непринципиального характера	В общем успешное, но допускаются отдельные неточности непринципиального характера	Успешное использование умений
Владения	Навыки владения методами отсутствуют, наличие отдельных навыков	Фрагментарное владение методами, наличие отдельных навыков	В целом сформированные навыки применения методов	Владение методами

8. Ресурсное обеспечение:
А) Перечень основной и дополнительной литературы.
- основная литература:

Архипов Г.И., Чубариков В.Н., Садовничий В.А. Лекции по математическому анализу.
Болгов В.А., Ефимов А.В., Каракулин А.Ф., Демидович Б.П., Коган С.М. Сборник задач по математике для втузов (в 4-х частях под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича), ч.1 Линейная алгебра и основы математического анализа
Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика (в 3-х томах), т. 1 Дифференциальное и интегральное исчисление
Зорич В.А. Математический анализ (в 2-х томах), т.1
Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа (в 2-х томах), т. 1 // М., Физматлит,

- дополнительная литература:

Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Математический анализ в задачах и упражнениях
Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу

Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу
Кудрявцев Н.Л. Лекции по математическому анализу. М., 2013
Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты)
Печенцов А.С. Лекции по Математическому анализу(в электронном виде)

Б) Перечень лицензионного программного обеспечения пакеты программ Statistica; Microsoft Office Excel, Microsoft Office PowerPoint (при необходимости)
В) Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

Г) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (лицензионное программное обеспечение не требуется):
Д) Материально-технического обеспечение: - персональные компьютеры.

9. Язык преподавания – русский.

10. Преподаватель (преподаватели) – Антонов А.П., Кудрявцев Н.Л., Печенцов А.С., Прошкина А.В.

11. Автор (авторы) программы – Печенцов А.С., Кудрявцев Н.Д.