

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Геологический факультет

УТВЕРЖДАЮ

И.О. декана Геологического факультета

чл.-корр. РАН _____/Н.Н.Еремин/

«___» _____ 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Некорректные задачи геофизики

Ill-posed problems in geophysics

Авторы-составители: Пушкарев П.Ю., Лыгин И.В.

Уровень высшего образования:

Бакалавриат

Направление подготовки:

05.03.01 Геология

Направленность (профиль) ОПОП:

Геофизика

Форма обучения:

Очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
Учебно-методическим Советом Геологического факультета
(протокол № _____, _____)

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Геология» (*программы бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки*).

ОС МГУ утвержден решением Ученого совета МГУ имени М.В. Ломоносова от ____
_____ 2022 года (протокол №__).

Год приема на обучение: 2022

Цель и задачи дисциплины

Целью курса «Некорректные задачи геофизики» является получение знаний об основных особенностях обратных задач геофизики и приёмах, обеспечивающих их детальное и устойчивое решение.

Задачи - изучение основных проблем интерпретации геофизических данных и выработка навыков решения обратных задач об определении строения Земли по геофизическим данным с учётом некорректности их классической постановки.

Краткое содержание дисциплины (аннотация):

Рассмотрен математический аппарат, лежащий в основе решения некорректных задач геофизики, вводятся функциональные пространства, линейные операторы и функционалы. Обсуждается постановка и прямых и обратных задач в геофизике, излагаются основы теории регуляризации. Рассматриваются различные итерационные методы решения линейных и нелинейных обратных задач. Приводятся примеры решения некорректных задач в гравиразведке, магниторазведке и электроразведке.

1. Место дисциплины в структуре ОПОП – относится к профильному блоку вариативной части ОПОП, является обязательной для освоения. Курс – IV, семестр – 7.

2. Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия:

базируется на знаниях по дисциплинам «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятности и математическая статистика», «Вычислительная математика», «Теория геофизических полей», «Магниторазведка», «Гравиразведка», «Электроразведка», «Сейсморазведка».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Компетенции выпускников	Индикаторы (показатели) достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с компетенциями
ОПК-1.Б. Способен применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач (формируется частично).	Б.ОПК-1.И-1. Использует базовые знания фундаментальных разделов наук естественно-научного и математического циклов в профессиональной деятельности	Знать: классическую и условно-корректную постановку обратных задач геофизики; теорию регуляризованного решения обратных задач; теоретические основы методов решения линейных и нелинейных задач; Уметь: построить класс геофизических моделей Земли, в котором будет выполняться поиск решения обратной задачи; определить наилучший способ стабилизации решения обратной задачи; выбрать оптимальные методы минимизации невязки модельных и наблюдаемых данных с учётом априорных ограничений на геофизическую модель; Владеть: подходами к параметризации геофизических моделей; приёмами построения стабилизирующего функционала и выбора параметра регуляризации; методами минимизации Тихоновского функционала.

<p>СПК-1.Б. Способен решать задачи в области разведочной геофизики при моделировании геофизических полей для сложно-построенных физико-геологических моделей геологических сред, в том числе трехмерных (формируется частично).</p>	<p>Б.СПК-1.И-1. Знает основы методов разведочной геофизики и их применения для решения различных геологических задач</p>	<p>Знать: особенности интерпретации геофизических данных как процесса решения некорректной задачи, а также способы повышения устойчивости её решения; Уметь: выбрать оптимальную методику интерпретации геофизических данных, в том числе многокомпонентных, включая тот или иной способ введения ограничений на получаемую модель среды; Владеть: основными методами интерпретации геофизических данных с использованием априорной геолого-геофизической информации.</p>
--	---	--

4. Объем дисциплины составляет **2** з.е., в том числе **42** академических часа на контактную работу обучающихся с преподавателем (лекции и семинары вместе), **30** академических часов на самостоятельную работу обучающихся. Форма промежуточной аттестации – экзамен.

5. Формат обучения не предполагает электронного обучения и использования дистанционных образовательных технологий (за исключением форс-мажорных обстоятельств – пандемии и т.п.)

6. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, Форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) <i>Виды контактной работы, часы</i>			Самостоятельная работа обучающегося <i>Виды самостоятельной работы, часы</i>	
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Всего	Подготовка к контрольной работе	Всего
Раздел 1. Математические основы	6	6		6		
Текущая аттестация 1: контрольная работа	5				5	5
Раздел 2. Введение в теорию обратных задач	9	6	3	9		
Текущая аттестация 2: контрольная работа	5				5	5
Раздел 3. Методы решения обратных задач	9	9		9		
Текущая аттестация 3: контрольная работа	5				5	5
Раздел 4. Примеры решения некорректных задач	18	12	6	18		
Промежуточная аттестация <i>экзамен</i>	15	<i>Устный экзамен</i>				15
Итого	72	42				30

Содержание лекций

(1) Математические основы

(1.1) Введение

О курсе «Некорректные задачи геофизики». Постановка прямых и обратных задач геофизики. Основная и дополнительная литература.

(1.2) Евклидово пространство, функциональные пространства

Евклидово пространство, норма вектора. Линейные операторы в евклидовом пространстве. Норма оператора в евклидовом пространстве. Линейные функционалы в евклидовом пространстве. Метрическое пространство. Линейное и нормированное линейное пространства. Гильбертово пространство. Примеры функциональных пространств.

(1.3) Линейные операторы и функционалы в функциональных пространствах

Линейные операторы в функциональных пространствах. Обратные операторы. Постановка задачи приближения геофизических данных. Функционалы в функциональных пространствах. Сопряжённые операторы. Дифференцирование операторов и функционалов. Типы минимумов функционала.

(2) Введение в теорию обратных задач

(2.1) Прямые и обратные задачи в геофизике: постановка и особенности

Постановка прямых и обратных задач, три вопроса Адамара. Примеры формулировки прямых и обратных задач геофизики. Существование решения обратной задачи. Единственность решения обратной задачи. Неустойчивость решения обратной задачи. Чувствительность геофизических методов. Разрешающая способность геофизических методов.

(2.2) Основы теории регуляризации

Условно-корректная постановка обратных задач. Регуляризирующие операторы. Стабилизирующие функционалы. Функционал Тихонова. Стабилизаторы, использующие априорную модель. Сглаживающие стабилизаторы. Функционал с минимальным носителем градиента. Выбор оптимального параметра регуляризации.

(3) Методы решения обратных задач

(3.1) Линейные дискретные обратные задачи

Сведение линейной дискретной задачи к решению СЛАУ. Решение переопределённой задачи методом наименьших квадратов (МНК). Решение недоопределённой задачи. Использование весовых коэффициентов в линейной дискретной задаче. Метод регуляризации линейной дискретной задачи. Основные понятия и формулы теории вероятностей. Метод максимального правдоподобия.

(3.2) Итерационные методы решения линейных обратных задач

Прямые и итерационные методы решения СЛАУ. Теория метода минимальных невязок (ММН). Применение ММН для решения уравнения Эйлера. Применение ММН для решения уравнения обратной задачи. Уравнения для регуляризованной линейной задачи. Решение уравнения Эйлера для Тихоновского функционала методом ММН. Решение уравнения обратной регуляризованной задачи методом ММН.

(3.3) Методы решения нелинейных обратных задач

Нелинейные обратные задачи. Метод скорейшего спуска (МСС). Выбор длины итерационного шага в МСС. Вычислительная схема МСС. Метод Ньютона. Метод Ньютона с поиском по направлению. Метод сопряжённых градиентов (МСГ). О регуляризованных методах решения нелинейных задач.

(4) Примеры решения некорректных задач

(4.1) Примеры решения некорректных задач в гравиразведке и магниторазведке

Постановка прямых и обратных задач в гравиметрии и магнитометрии. Специфика корректности обратных задач гравиразведки и магниторазведки. Роль априорной информации при решении обратных задач. Задача о продолжении потенциального поля в сторону источников. Обратные задачи гравиразведки, сводящиеся к интегральному уравнению Фредгольма 1-го рода типа свертки. Определение формы тела по гравиметрическим данным. Вычисление распределения плотности для системы тел. Пересчет магнитного поля в нижнее полупространство с использованием алгоритма регуляризации. Методы решения структурных задач в гравиметрии и магнитометрии.

(4.2) Примеры решения некорректных задач в электроразведке

Геоэлектрические данные и методы их анализа. Геоэлектрические модели и методы решения прямых задач. О совместной интерпретации гальванических и индукционных зондирований. Принцип информационной дополнителности в 2D магнитотеллурике. 3D инверсия МТ данных на одиночном профиле. Примеры 1D, 2D и 3D геоэлектрических моделей. Граф интерпретации МТ данных. Интерпретация МТ исследований осадочных бассейнов. Интерпретация МТ зондирований геотермальных зон. Интерпретация глубинных МТ исследований тектоносферы. Интерпретация глубинных магнитовариационных зондирований мантии Земли.

План проведения семинаров.

1. Примеры функционалов при совместной инверсии данных геофизических методов
2. Интерпретация данных гравиразведки и магниторазведки в комплексе с данными других методов
3. Интерпретация данных электроразведки в комплексе с данными других методов

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль усвоения дисциплины осуществляется при выполнении каждым студентом контрольной работы по завершении первых трёх разделов курса.

Примеры вопросов на контрольных работах:

- Формула расстояния между элементами функционального пространства $C1 / L2$;
- Определение сопряжённого оператора;
- Формула чувствительности / разрешающей способности геофизического метода;
- Определение использующей априорную модель / сглаживающего стабилизатора;
- Решение уравнения обратной задачи методом минимальных невязок;
- Вычислительная схема метода скорейшего спуска.

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Примерный перечень вопросов при промежуточной аттестации (экзамене):

- (1) Евклидово пространство, норма вектора.
- (2) Линейные операторы в евклидовом пространстве.
- (3) Норма оператора в евклидовом пространстве.
- (4) Линейные функционалы в евклидовом пространстве.
- (5) Метрическое пространство.
- (6) Нормированное линейное пространство.

- (7) Гильбертово пространство.
- (8) Примеры функциональных пространств.
- (9) Линейные операторы в функциональных пространствах.
- (10) Обратные операторы.
- (11) Постановка задачи приближения геофизических данных.
- (12) Функционалы в функциональных пространствах.
- (13) Сопряжённые операторы.
- (14) Дифференцирование операторов и функционалов.
- (15) Типы минимумов функционала.
- (16) Постановка прямых и обратных задач, три вопроса Адамара.
- (17) Примеры формулировки прямых и обратных задач геофизики.
- (18) Существование решения обратной задачи.
- (19) Единственность решения обратной задачи.
- (20) Неустойчивость решения обратной задачи.
- (21) Чувствительность геофизических методов.
- (22) Разрешающая способность геофизических методов.
- (23) Условно-корректная постановка обратных задач.
- (24) Регуляризирующие операторы.
- (25) Стабилизирующие функционалы.
- (26) Функционал Тихонова.
- (27) Стабилизаторы, использующие априорную модель.
- (28) Сглаживающие стабилизаторы.
- (29) Функционал с минимальным носителем градиента.
- (30) Выбор оптимального параметра регуляризации.
- (31) Сведение линейной дискретной задачи к решению СЛАУ.
- (32) Решение переопределённой задачи методом наименьших квадратов (МНК).
- (33) Решение недоопределённой задачи.
- (34) Использование весовых коэффициентов в линейной дискретной задаче.
- (35) Метод регуляризации линейной дискретной задачи.
- (36) Основные понятия и формулы теории вероятностей.
- (37) Метод максимального правдоподобия.
- (38) Прямые и итерационные методы решения СЛАУ.
- (39) Теория метода минимальных невязок (ММН).
- (40) Применение ММН для решения уравнения Эйлера.
- (41) Применение ММН для решения уравнения обратной задачи.
- (42) Уравнения для регуляризованной линейной задачи.
- (43) Решение уравнения Эйлера для Тихоновского функционала методом ММН.
- (44) Решение уравнения обратной регуляризованной задачи методом ММН.
- (45) Нелинейные обратные задачи.
- (46) Метод скорейшего спуска (МСС).
- (47) Выбор длины итерационного шага в МСС.
- (48) Вычислительная схема метода скорейшего спуска.
- (49) Метод Ньютона.
- (50) Метод Ньютона с поиском по направлению.
- (51) Метод сопряжённых градиентов (МСГ).
- (52) О регуляризованных методах решения нелинейных задач.
- (53) Постановка прямых и обратных задач в гравиметрии и магнитометрии.
- (54) Специфика корректности обратных задач в гравиразведке и магниторазведке. Роль априорной информации.
- (55) Задача о продолжении потенциального поля в сторону источников.
- (56) Обратные задачи гравиразведки, сводящиеся к интегральному уравнению Фредгольма 1-го рода.

- (57) Определение формы тела по гравиметрическим данным.
- (58) Вычисление распределения плотности для системы тел.
- (59) Расчет намагниченности в слое по данным многоуровневых магнитометрических съёмок.
- (60) Совместная инверсия гравиметрических и магнитометрических данных при определении плотности и магнитной восприимчивости двух близкорасположенных тел.
- (61) Какому по типу фильтру отвечает ядро преобразования обратной задачи и какими фильтрационными свойствами должен обладать регуляризатор в некорректных обратных задачах гравиразведки и магниторазведки?
- (62) Геоэлектрические данные и методы их анализа.
- (63) Геоэлектрические модели и методы решения прямых задач.
- (64) О совместной интерпретации гальванических и индукционных зондирований.
- (65) Принцип информационной дополнителности в 2D магнитотеллурике.
- (66) 3D инверсия МТ данных на одиночном профиле.
- (67) Примеры 1D, 2D и 3D геоэлектрических моделей.
- (68) Граф интерпретации МТ данных.
- (69) Интерпретация МТ исследований осадочных бассейнов.
- (70) Интерпретация МТ зондирований геотермальных зон.
- (71) Интерпретация глубинных МТ исследований тектоносферы.
- (72) Интерпретация глубинных магнитовариационных зондирований мантии Земли.

Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (экзамен).

Результаты обучения, соответствующие оценочным средствам	обучения, виды	«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
Знания классической и условно-корректной постановки обратных задач геофизики; теории регуляризованного решения обратных задач; теоретических основ методов решения линейных и нелинейных задач (письменный или устный опрос)		Знания отсутствуют	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Систематические знания
Умения построить класс геофизических моделей Земли, в котором будет выполняться поиск решения обратной задачи; определить наилучший способ стабилизации решения обратной задачи; выбрать оптимальные методы минимизации невязки модельных и наблюдаемых данных с учётом априорных ограничений на геофизическую модель (письменный или устный опрос)		Умения отсутствуют	В целом успешное, но не систематическое умение, допускает неприципальные неточности	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы	Успешное умение

<p>Навыки владения подходами к параметризации геофизических моделей; приёмами построения стабилизирующего функционала и выбора параметра регуляризации; методами минимизации Тихоновского функционала <i>(письменный или устный опрос)</i></p>	<p>Навыки владения отсутствуют</p>	<p>Фрагментарное владение методикой, наличие отдельных навыков</p>	<p>В целом сформированные навыки</p>	<p>Свободное владение и использование</p>
---	------------------------------------	--	--------------------------------------	---

8. Ресурсное обеспечение:

А) Перечень основной и дополнительной литературы.

- основная литература:

- Тихонов А.Н., Дмитриев В.И., Гласко В.Б. Математические методы в разведке полезных ископаемых. М.: Знание, 1983. 64 с.
- Дмитриев В.И. (редактор). Вычислительная математика и техника в разведочной геофизике: Справочник геофизика. М.: Недра, 1990. 498 с.
- Жданов М.С. Теория обратных задач и регуляризации в геофизике. М.: Научный мир, 2007. 712 с.
- Дмитриев В.И. Обратные задачи геофизики. М.: МАКС Пресс, 2012. 340 с.

- дополнительная литература:

- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
- Яновская Т.Б., Порохова Л.Н. Обратные задачи геофизики. Л.: Изд-во ЛГУ, 1983. 210 с.
- Tarantola A. Inverse problem theory. Amsterdam – Oxford - New York - Tokyo: Elsevier, 1987. 613 p.

9. Язык преподавания – русский.

10. Преподаватели

Ответственный за курс: Пушкарев Павел Юрьевич.

Преподаватели: Пушкарев П.Ю., Лыгин И.В.

11. Разработчики программы: Пушкарев П.Ю., профессор; Лыгин И.В., доцент.