

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Геологический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан Геологического факультета  
академик

\_\_\_\_\_/Д.Ю.Пущаровский/

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Вычислительная математика**

Автор-составитель: Арушанян И.О.

**Уровень высшего образования:**

*Бакалавриат*

**Направление подготовки:**

**05.03.01 Геология**

**Направленность (профиль) ОПОП:**

**Геофизика**

Форма обучения:

*Очная*

Рабочая программа рассмотрена и одобрена  
Учебно-методическим Советом Геологического факультета  
(протокол № \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_)

Москва 2019

---

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Геология» (*программы бакалавриата*) в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение – 2018.

© Геологический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова  
*Программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения факультета.*

## **Цель и задачи дисциплины**

**Целью** курса "Вычислительная математика" является получение теоретических знаний о принципах построения и математического обоснования современных численных методов.

**Задачи** - формирование и развитие знаний, практических навыков и умений, обеспечивающих использование известных и разработку новых численных методов для широкого круга прикладных задач.

**1. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО** – вариативная часть, естественно-научный цикл, курс – II, семестр – 4.

**2. Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия:**

освоение дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Линейная алгебра».

Дисциплина необходима для научно-исследовательской работы и выполнения выпускных квалификационных работ.

**3. Результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.**

Компетенции выпускников, формируемые (полностью или частично) при реализации дисциплины:

УК-5.Б Способность в контексте профессиональной деятельности использовать знания об основных понятиях, объектах изучения и методах естествознания.

ОПК-4.Б Способность применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач.

**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):**

**Знать:**

основные методы приближения функций, численного дифференцирования и интегрирования, основные методы линейной алгебры, основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

**Уметь:** применять полученные знания для разработки численных алгоритмов решения различных прикладных задач, выбирать наиболее оптимальные способы решения, оценивать их трудоемкость и устойчивость.

**Владеть:** практическими навыками и умениями, обеспечивающими использование известных и разработку новых численных методов для широкого круга прикладных задач

**4. Формат обучения** – лекционные и семинарские занятия.

**5. Объем дисциплины (модуля)** составляет 2 з.е., в том числе 39 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (26 часов – занятия лекционного типа, 13 часов – занятия семинарского типа), 33 академических часа на самостоятельную работу обучающихся. Форма промежуточной аттестации – экзамен

**6. Содержание дисциплины (модуля)**, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

**Краткое содержание дисциплины (аннотация):**

В курсе «Вычислительная математика» излагаются следующие вопросы:

- приближение функций;
- численное дифференцирование и интегрирование;
- прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений;
- численное решение нелинейных уравнений и систем;

- приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и некоторых уравнений в частных производных.

На практических занятиях студенты знакомятся с практическими аспектами применения изучаемых методов к решению различных прикладных задач.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),  Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы (виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр. – указываются при необходимости)
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы				
		Занятия лекционного типа	Занятия лабораторного типа	Занятия семинарского типа	Всего	
Раздел 1. Приближение функций и численное дифференцирование.		4		2	2	
Раздел 2. Приближенные методы вычисления определенных интегралов.		4		2	12	Контрольная работа, 4 часа
Раздел 3. Численные методы линейной алгебры.		6		3	10	
Раздел 4. Методы решения нелинейных уравнений.		2		1		Контрольная работа, 4 часа
Раздел 5. Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.		6		3	20	Подготовка к контрольному опросу, 7 часов
Раздел 6. Введение в численные методы решения уравнений в частных производных.		4		2	12	Подготовка к контрольному опросу, 8 часов
Промежуточная аттестация <i>экзамен</i>						10
<b>Итого</b>	<b>72</b>			<b>39</b>		<b>33</b>

## Содержание разделов дисциплины:

### 1. Приближение функций и численное дифференцирование.

Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка остаточного члена. Многочлены Чебышева и их свойства. Многочлен, наименее отклоняющийся от нуля на отрезке. Минимизация погрешности остаточного члена интерполяционной формулы. Кубический интерполяционный сплайн. Численное дифференцирование. Примеры построения формул численного дифференцирования. Вычислительная погрешность формул численного дифференцирования. Правило Рунге практической оценки погрешности.

### 2. Приближенные методы вычисления определенных интегралов.

Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Оценка погрешности простейших квадратурных формул. Понятие об ортогональных многочленах. Квадратурные формулы Гаусса. Составные квадратурные формулы. Оценка погрешности.

### 3. Численные методы линейной алгебры.

Нормы векторов и матриц. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса, LU-разложение, QR-разложение. Метод прогонки решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональными матрицами. Число обусловленности матриц. Оценка относительной ошибки в решении системы линейных алгебраических уравнений. Метод простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений. Необходимые и достаточные условия сходимости. Оптимизация скорости сходимости метода простой итерации для симметричных положительно определенных матриц.

### 4. Методы решения нелинейных уравнений.

Численные методы решения нелинейных уравнений. Метод простой итерации. Метод касательных. Вычисление кратных корней. Численные методы решения систем нелинейных уравнений. Метод Ньютона.

### 5. Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ. Локальная и глобальная погрешность метода. Явные методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ. Примеры. Устойчивость численного решения ОДУ. Многошаговые методы решения ОДУ. Численное решение линейной краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка. Построение схемы четвертого порядка аппроксимации для решения линейной краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка.

### 6. Введение в численные методы решения уравнений в частных производных.

Явная схема для численного решения задачи теплопроводности. Спектральный признак устойчивости. Неявная схема для численного решения задачи теплопроводности. Исследование устойчивости. Решение в прямоугольной области. Исследование устойчивости явной и неявной разностной аппроксимации уравнения теплопроводности в равномерной метрике. Первая краевая задача для оператора Лапласа в прямоугольной области.

## **7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

### **7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.**

Текущий контроль усвоения дисциплины осуществляется при сдаче каждым студентом выполненных контрольных работ.

*Примерный перечень вопросов для проведения текущего контроля*

1. Оценить погрешность интерполяционной формулы Лагранжа для заданной функции по равномерной сетке из 3-5 точек.
2. Найти минимальное количество узлов равномерной сетки, достаточное для достижения заданной погрешности интерполяции на классе функций.
3. Найти коэффициенты формулы численного дифференцирования для вычисления первой производной функции максимально возможной степени точности на заданном шаблоне и указать эту степень.
4. Выписать оценку погрешности вычисления интеграла от гладкой функции по составной квадратурной формуле трапеций.
5. Построить квадратурную формулу Гаусса с двумя узлами для различных весовых функций.
6. Оценить число обусловленности заданной матрицы в различных нормах.
7. Локализовать корни заданного нелинейного уравнения и для вычисления каждого из них построить сходящийся итерационный метод.
8. Построить сходящийся итерационный метод для решения системы линейных алгебраических уравнений с симметричной положительно определенной матрицей со строгим диагональным преобладанием.
9. Построить разностную схему второго порядка аппроксимации для решения задачи Коши для ОДУ второго порядка.
10. Исследовать при помощи спектрального признака устойчивость различных схем для уравнения теплопроводности.

## **7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.**

### *Примерный перечень вопросов при промежуточной аттестации:*

1. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка остаточного члена.
2. Многочлены Чебышева и их свойства. Многочлен, наименее отклоняющийся от нуля на отрезке.
3. Минимизация погрешности остаточного члена интерполяционной формулы.
4. Кубический интерполяционный сплайн. Построение, оценка погрешности интерполяции (без доказательства).
5. Численное дифференцирование. Примеры построения формул численного дифференцирования.
6. Вычислительная погрешность формул численного дифференцирования. Правило Рунге практической оценки формул численного дифференцирования.
7. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Оценка погрешности простейших квадратурных формул.
8. Понятие об ортогональных многочленах. Квадратурные формулы Гаусса.
9. Составные квадратурные формулы. Оценка погрешности.
10. Нормы векторов и матриц.
11. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса, LU-разложение, QR-разложение.
12. Метод прогонки решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональными матрицами.
13. Число обусловленности матриц. Оценка относительной ошибки в решении системы линейных алгебраических уравнений.
14. Метод простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений. Необходимые и достаточные условия сходимости.
15. Оптимизация скорости сходимости метода простой итерации для симметричных положительно определенных матриц.

16. Метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ. Локальная и глобальная погрешность метода.
17. Явные методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ. Примеры.
18. Устойчивость численного решения ОДУ. Многошаговые методы решения ОДУ.
19. Численное решение линейной краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка.
20. Построение схемы четвертого порядка аппроксимации для решения линейной краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка.
21. Явная схема для численного решения задачи теплопроводности. Спектральный признак устойчивости.
22. Неявная схема для численного решения задачи теплопроводности. Исследование устойчивости. Решение в прямоугольной области.
23. Исследование устойчивости явной и неявной разностной аппроксимации уравнения теплопроводности в равномерной метрике.
24. Численные методы решения нелинейных уравнений. Метод простой итерации. Метод касательных.

#### Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине.

Результаты обучения	«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
Знания: основные методы приближения функций, численного дифференцирования и интегрирования, основные методы линейной алгебры, основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.	Знания отсутствуют	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Систематические знания
Умения: применять полученные знания для разработки численных алгоритмов решения различных прикладных задач, оценивать их трудоемкость и устойчивость	Умения отсутствуют	В целом успешное, но не систематическое умение, допускает неточности не принципиального характера	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение использовать методы вычислительной математики.	Успешное умение использовать методы вычислительной математики для решения широкого круга прикладных задач.



## **8. Ресурсное обеспечение:**

### **А) Перечень основной и дополнительной литературы.**

#### **- основная литература:**

Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М. : БИНОМ. Лаб. базовых знаний, 2013.

Арушанян И.О., Корнев А.А., Чижонков Е.В. Задачи и упражнения по курсу «Численные методы». М.: Изд-во центра прикладных исследований при механико-математическом ф-те МГУ, 2006 г.

#### **- дополнительная литература:**

Арушанян И.О. Алгоритмы приближенного вычисления интегралов (учебное пособие), 2017, [http://num-anal.srcc.msu.ru/prac\\_pos/page\\_6.htm](http://num-anal.srcc.msu.ru/prac_pos/page_6.htm)

Арушанян И.О. Численные алгоритмы решения нелинейных уравнений (учебное пособие), 2018, [http://num-anal.srcc.msu.ru/prac\\_pos/page\\_6.htm](http://num-anal.srcc.msu.ru/prac_pos/page_6.htm)

Арушанян И.О. Избранные задачи для семинарских занятий по численным методам: векторные и матричные нормы (учебное пособие), 2019, [http://num-anal.srcc.msu.ru/prac\\_pos/page\\_6.htm](http://num-anal.srcc.msu.ru/prac_pos/page_6.htm)

Б) Перечень лицензионного программного обеспечения: не требуется

В) Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем: не требуется

Г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (лицензионное программное обеспечение не требуется): <http://num-anal.srcc.msu.ru>

Д) Материально-техническое обеспечение: - аудиторный фонд геологического факультета МГУ.

9. Язык преподавания – русский.

10. Преподаватель (преподаватели) – Арушанян И.О

11. Автор (авторы) программы – Арушанян И.О