

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Геологический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан Геологического факультета
академик
_____/Д.Ю.Пушаровский/
«__» _____ 20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Уравнения математической физики (краткий курс)

Автор-составитель: Соловьева С.И.

Уровень высшего образования:
Бакалавриат

Направление подготовки:
05.03.01 Геология

Направленность (профиль) ОПОП:
Гидрогеология, инженерная геология, геоэкология

Форма обучения:
Очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
Учебно-методическим Советом Геологического факультета
(протокол № _____, _____)

Москва 2019

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Геология» (*программы бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки*) в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год приема на обучение – 2017.

© Геологический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова
Программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения факультета.

Цель и задачи дисциплины

Целью курса "Уравнения математической физики" является изучение основных задач для уравнений математической физики, получение представления об использовании уравнений математической физики при решении практических задач.

Задачи – освоение аналитических и численных методов решения линейных уравнений математической физики, применение данных методов на примере уравнения теплопроводности.

1. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО – вариативная часть, естественно-научный цикл, курс – III, семестр – 5.

2. Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия:

Дисциплина "Уравнения математической физики" существенно базируется на дисциплинах "Высшая математика" и "Физика", используя как теоретические, так и методологические концепции этих дисциплин.

3. Результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Компетенции выпускников, формируемые (полностью или частично) при реализации дисциплины:

УК-5.Б Способность в контексте профессиональной деятельности использовать знания об основных понятиях, объектах изучения и методах естествознания.

ОПК-4.Б Способность применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач (формируется частично),

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

Знать: постановки задач для уравнений параболического, эллиптического и гиперболического типов и методы их исследования;

Уметь: применять на практике методы решения задач математической физики в ограниченных и неограниченных областях

Владеть: навыками решения задач математической физики.

4. Формат обучения – лекции и семинары.

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 2 з.е., 72 ак. часа, в том числе лекции – 32 часа, семинары – 16 часов, самостоятельная работа – 24 часа

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы				
		Занятия лекционного типа	Занятия лабораторного типа	Занятия семинарского типа	Всего	
Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка		2	0	0	2	
Уравнения параболического типа		16	0	12	28	Домашнее задание, Расчетная работа
Уравнения эллиптического типа		4	0	0	4	Домашнее задание
Уравнения гиперболического типа		4	0	0	4	Домашнее задание
Численные методы		6	0	4	10	Домашнее задание, Практическая работа (программа)
Промежуточная аттестация <u>зачет</u>						
Итого		48				24

Содержание разделов дисциплины:

Тема 1. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.

Содержание темы: Основные понятия об уравнениях математической физики. Классификация уравнений в частных производных второго порядка.

Тема 2. Уравнения параболического типа.

Содержание темы: Уравнения теплопроводности и диффузии. Постановка основных задач. Метод разделения переменных решения начально-краевых задач для уравнения теплопроводности. Существование решения начально-краевых задач для уравнения теплопроводности. Принцип максимального значения для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности и устойчивости решения первой начально-краевой задачи. Единственность решения общей начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности. Задача Коши для уравнения теплопроводности и формула для ее решения. Единственность решения задачи Коши. Метод продолжения решения начально-краевых задач на полупрямой. Задачи без начальных условий. Температурные волны. Преобразование Лапласа. Применение преобразования Лапласа к решению краевых задач для уравнения теплопроводности

Тема 3. Уравнения эллиптического типа

Содержание темы: Уравнения Лапласа и Пуассона. Примеры физических полей, описываемых этими уравнениями. Постановка внутренних и внешних задач Дирихле и Неймана. Свойства гармонических функций. Принцип максимального значения. Функция Грина. Единственность и устойчивость решения внутренней задачи Дирихле. Внешние задачи Дирихле, условия на бесконечности, единственность решения. Единственность решения внутренней задачи Неймана и необходимое условие ее разрешимости.

Тема 4. Уравнения гиперболического типа

Содержание темы: Уравнение колебаний, примеры физических процессов. Постановка основных задач. Задача Коши для уравнения колебаний, формула Даламбера. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши. Метод продолжения решения начально-краевых задач для уравнения колебаний на полупрямой. Метод разделения переменных решения начально-краевых задач для уравнения колебаний, существование решения.

Тема 5. Численные методы решения уравнений в частных производных второго порядка.

Содержание темы: Метод конечных разностей для уравнения в частных производных второго порядка. Явные и неявные разностные схемы. Метод прогонки.

Содержание семинаров.

1. Уравнение теплопроводности с одной пространственной переменной. Примеры задач, приводящих к постановке начально-краевых задач для уравнения теплопроводности. Редукция общей начально-краевой задачи к простейшим задачам.

2. Метод разделения переменных для решения однородных начально-краевых задач для уравнения теплопроводности на отрезке.
3. Решение неоднородных начально-краевых задач для уравнения теплопроводности на отрезке.
4. Принцип максимального значения для уравнения теплопроводности.
5. Построение численных методов для решения начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на отрезке.
6. Программная реализация построенных численных методов на языке программирования C++.
7. Проведение вычислительных экспериментов, подтверждающих эффективность построенных численных методов.

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль усвоения дисциплины осуществляется при сдаче каждым студентом выполненной индивидуальной расчетной работы и практической работы(программы).

Примерный перечень вопросов для проведения текущего контроля

Расчетная работа:

1. Найдите функцию $u(x, t)$, являющуюся решением задачи

$$u_t = \frac{1}{9}u_{xx}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T,$$

$$u(x, 0) = 3 \sin 4\pi x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T$$

$$u(1, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T$$

2. Найдите функцию $u(x, t)$, являющуюся решением задачи

$$u_t = 0,001u_{xx}, \quad 0 < x < \pi, \quad 0 < t \leq T$$

$$u(x, 0) = 4e^{-2x}, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T$$

$$u(\pi, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T$$

3. Найдите функцию $u(x, t)$, являющуюся решением задачи

$$u_t = 0,008u_{xx} + \sin 5x/2, \quad 0 < x < \pi, \quad 0 < t \leq T$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$u(0, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T$$

$$u_x(\pi, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T$$

4. Найдите функцию $u(x, t)$, являющуюся решением задачи

$$u_t = \frac{1}{100\pi^2}u_{xx} - 0,1xe^{-0,1t} + 0,03e^{-0,01t} \sin 2\pi x, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T$$

$$u(0, t) = 3, \quad 0 \leq t \leq T,$$

$$u(1, t) = 12 + e^{-0,1t}, \quad 0 \leq t \leq T,$$

$$u(x, 0) = 3 + 10x + 0,5 \sin 3\pi x, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Найти а) $u(x, t)$; б) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u(x, t)$.

5. Для задачи

$$u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < t \leq 10$$

$$u(x, 0) = x - 2, \quad 0 \leq x \leq 2$$

$$u(0, t) = -2, \quad 0 \leq t \leq 10$$

$$u(2, t) = 2(e^{-t} - 1), \quad 0 \leq t \leq 10.$$

Найти $\max_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq t \leq 10}} u(x, t)$ и $\min_{\substack{0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq t \leq 10}} u(x, t)$

Практическая работа:

Построить разностные схемы (явную и неявную) для численного решения неоднородной начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности. Программно реализовать данные методы. Провести вычислительные эксперименты на задачах 1-4.

Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине.

Результаты обучения	«Незачет»	«Зачет»
Знания: Постановки задач для уравнений параболического, эллиптического и гиперболического типов и методы их исследования	Знания отсутствуют или фрагментарные знания	Систематические знания или общие, но не структурированные знания
Умения: Методы решения задач математической физики в ограниченных и неограниченных областях	Умения отсутствуют	Успешное умение использовать методы решения задач математической физики или успешное целое, но не систематическое, допускает неточности непринципиального характера
Владения: навыками решения задач математической физики	Навыки владения методами решения задачи математической физики отсутствуют	В целом сформированные навыки использования методов решения задачи математической физики

8. Ресурсное обеспечение:

А) Перечень основной и дополнительной литературы.

- основная литература:

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики —М.: Наука. Изд-во Москов. Ун-та. 2004.—798 с.
2. Соловьева С.И. Уравнения математической физики: учеб-метод. пособие по курсу для студентов инженер. потока геол. фак. – Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, Фак. вычисл. математики и кибернетики. М.: МАКС Пресс. 2011 (выдается каждому студенту)

3. Самарский А.А., Гулин А. В. Численные методы: учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Наука. 1989

- дополнительная литература:

1. Захаров Е.В., Дмитриева И.В., Орлик С.И. Уравнения математической физики. Сборник задач. Методическое пособие – М.: Издательский отдел факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова; МАКС Пресс, 2009– 160 с.
2. Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике—М.: Наука, 1972–687 с.
3. Захаров Е.В., Дмитриева И.В., Орлик С.И. Уравнения математической физики. Учебник для студ. высш. учеб. заведений—М.: Издательский центр “Академия”, 2010. 320 с.

Б) Перечень лицензионного программного обеспечения: Microsoft VisualC++

В) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (лицензионное программное обеспечение не требуется):

Д) Материально-технического обеспечение: - персональные компьютеры.

9. Язык преподавания – русский.

10. Преподаватель (преподаватели) – Соловьева С.И., Ершов Н.М.

11. Автор (авторы) программы – Соловьева С.И.