рророввФедеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Геологический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан Геологического факультета
академик
_______________/Д.Ю.Пущаровский/
«___» _________________20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Уравнения математической физики

Автор-составитель: Прилепко А.И.

Уровень высшего образования:
Бакалавриат

Направление подготовки:

05.03.01 Геология

Направленность (профиль) ОПОП:

Геофизика

Форма обучения:

Очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

Учебно-методическим Советом Геологического факультета

(протокол № ___________, ______________)

Москва 20__

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки«Геология»(*программы бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки)* в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение – 2017.

Цель и задачи дисциплины

Целью курса "Уравнения математической физики" являетсяосвоение студентами теоретических основ и методов классической математической физики, изучение свойств и структуры решений основных классов дифференциальных уравнений с частными производными, возникающих в приложениях.

Задачи:освоение методов интегрирования базовых уравнений математической физики, овладение приемами аналитического построения решений начальных и краевых задач, а также методами качественного и асимптотического анализа их поведения.

1.Место дисциплины в структуре ОПОП ВО – вариативная часть, естественно-научная дисциплина, курс – III, семестр – 5.

2. Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия:
освоение дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Высшая математика».
Дисциплина необходима в качестве предшествующей для дисциплин"Математическая обработка сейсмических данных", "Некорректные задачи геофизики", "Интерпретация данных электроразведки", "Интерпретация гравитационных и магнитных аномалий", "Теоретические основы обработки геофизических сигналов".

3. Результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.
Компетенции выпускников, формируемые (полностью или частично) при реализации дисциплины:

УК-1.Б Способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации(формируется частично).

УК-5.Б Способность в контексте профессиональной деятельности использовать знания об основных понятиях, объектах изучения и методахестествознания (формируется частично).

ОПК-4.Б Способность применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач (формируется частично).

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

Знать:классификацию уравнений математической физики и основные принципы построения их решений, методы качественного и асимптотического анализа поведения решений начальных, начально-краевых и краевых задач для уравнений, возникающих в приложениях.

Уметь: использовать технику гармонического анализа для решения уравнений с частными производными методом Фурье, получать интегральные представления решений уравнений эллиптического, гиперболического и параболического типов.

Владеть: техникой и приемами построения решений основных классов уравнений математической физики и анализа их качественного поведения.

4. Формат обучения: лекционные и семинарские занятия

5. Объем дисциплины (модуля) составляет **3**з.е., в том числе **76** академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (**32** часа – занятия лекционного типа, **32** часа – занятия семинарского типа, **2** часа – групповые консультации, **10** часов – мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), **44** академических часа на самостоятельную работу обучающихся. Форма промежуточной аттестации – экзамен.

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

Краткое содержание дисциплины (аннотация):
В курсе "Уравнения математической физики" излагаются следующие разделы:

- Классификация уравнений математической физики и основные задачи для них.

- Дополнительные вопросы по гармоническому анализу и теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

- Метод Фурье решения уравнений математической физики.

- Уравнения эллиптического типа.

- Теория потенциала.

- Уравнения гиперболического типа.

На практических занятиях студенты знакомятся с методами интегрирования уравнений математической физики и получают навыки отыскания их решений.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы				**Самостоятельная работа обучающегося, часы** *(виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр. –указываются при необходимости)*
		Занятия лекционного типа	Занятия лабораторного типа	Занятия семинарского типа	**Всего**	
Раздел 1. Классификация уравнений математической физики и основные задачи для них		4		4	8	4 (подготовка к коллоквиуму №1)
Раздел 2. Дополнительные вопросы по гармоническому анализу и теории обыкновенных дифференциальных уравнений		4		6	10	4 (подготовка к коллоквиуму №1)
Раздел 3. Метод Фурье решения уравнений математической физики		6		6	12	6 (подготовка к контрольной работе №1)
Раздел 4. Уравнения эллиптического типа		6		6	12	7 (подготовка к коллоквиуму №2)
Раздел 5. Теория потенциала		6		4	10	6 (подготовка к контрольной работе №2)
Раздел 6. Уравнения гиперболического типа		6		6	12	7 (подготовка к коллоквиуму №3)
Промежуточная аттестация*экзамен*						10
Итого	**108**	**64**				44

Содержание разделов дисциплины

1. Классификация уравнений математической физики и основные задачи для них

Характеристическая форма для уравнений с частными производными второго порядка. Характеристики. Приведение к каноническому виду линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными. Основные задачи для уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Вывод уравнения теплопроводности и уравнения колебаний струны.

2. Дополнительные вопросы по гармоническому анализу и теории обыкновенных дифференциальных уравнений

Ряды и преобразование Фурье. Амплитудный и фазовый спектр сигнала. Метод Дюамеля решения задачи Коши. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Функция Грина. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций.

3. Метод Фурье решения уравнений математической физики

Разделение переменных для волнового уравнения и уравнения теплопроводности. Решение краевых задач для уравнения теплопроводности и уравнения Лапласа. Понятие о функции Грина. Решение методом преобразования Фурье задачи Коши для уравнения колебаний бесконечной струны (формула Даламбера). Метод преобразования Фурье решения начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.

4. Уравнения эллиптического типа

Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Свойства гармонических функций. Внутренняя (внешняя) задача Дирихле для уравнения Лапласа и единственность ее решения. Функция Грина задачи Дирихле и ее свойства. Решение задачи Дирихле с помощью функции Грина.

5. Теория потенциала

Потенциалы объемных масс, простого и двойного слоя. Их свойства. Внутренняя и внешняя задачи Неймана. Условия их разрешимости и единственности решения.

6. Уравнения гиперболического типа

Формула Кирхгофа решения задачи Коши для однородного волнового уравнения в пространстве. Принцип Гюйгенса. Переднийи задний фронты волны. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения с двумя переменными (метод спуска). Метод Дюамеля решения неоднородного волнового уравнения. Область зависимости и область влияния. Задачи Гурса и Дарбу и их решение методом характеристик.

Содержание семинаров

1. Классификация и приведение к каноническому виду линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными (2 занятия).
2. Тригонометрические ряды Фурье в действительной и комплексной записи. (1 занятие)
3. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье. (1 занятие)
4. Задача Штурма-Лиувилля. (1 занятие)
5. Метод Фурье для уравнения теплопроводности и волнового уравнения: различные случаи (однородное/неоднородное уравнение, однородные/неоднородные краевые условия) (3 занятия).
6. Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа (области различной формы) (2 занятия).
7. Решение задачи Дирихле с помощью функции Грина. (1 занятие)
8. Метод потенциала. Объемный потенциал (и потенциал площади), потенциал простого и двойного слоя. (2 занятия)
9. Задача Коши для волнового уравнения и ее решение в различных размерностях (формулы Даламбера, Кирхгофа, Пуассона). (2 занятия)
10. Задачи Гурса и Дарбу и их решение методом характеристик. (1 занятие)

Рекомендуемые образовательные технологии

Используются презентации и интерактивные формы проведения занятий. Студенты выполняют индивидуальные задания в рабочей тетради под непосредственным руководством преподавателя или вместе с ним у доски. Активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой способствуют формированию и развитию профессиональных навыков и компетенций обучающихся.

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Для текущего контроля студентов в ходе семестра проводятся контрольные опросы и контрольные работы.

Типовые контрольные работы:

Содержание контрольной работы №1
Задание №1: Привести уравнение второго порядка к каноническому виду.
Задание №2: Составить для заданной на произвольном отрезке функции ее (полный или неполный) ряд Фурье и исследовать вопрос о поточечной сходимости этого ряда.
Задание №3: Решить задачу Штурма-Лиувилля.
Задание №4: Решить методом Фурье краевую задачу для однородного уравнения (волнового или теплопроводности) с однородными граничными условиями.
Задание №5: Решить методом Фурье краевую задачу для неоднородного уравнения (волнового или теплопроводности).

Содержание контрольной работы №2
Задание №1: Решить методом Фурье краевую задачу для уравнения Лапласа на плоскости.
Задание №2: Решить краевую задачу с помощью функции Грина.
Задание №3: Найти потенциал (объемный, простого слоя или двойного слоя) с заданной плотностью.
Задание №4: Решить задачу Коши для волнового уравнения при n=1, 2 или 3 (с помощью формулы, соответственно, Даламбера, Пуассона или Кирхгофа).
Задание №5: Решить задачу Гурса или Дарбу.

Примерный перечень вопросов для проведения опроса:

1. Характеристическая форма и классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.
2. Характеристики. Классификация и приведение к каноническому виду линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.
3. Вывод уравнений малых колебаний струны. Постановка основных задач для уравнений гиперболического типа.
4. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка основных задач для уравнения теплопроводности.
5. Постановка основных задач для уравнений эллиптического типа.
6. Пространство квадратично интегрируемых функций. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье. Амплитудный и фазовый спектр сигнала.
7. Преобразование Фурье. Преобразование Фурье от производной. Свертка функций, преобразование Фурье от свертки.
8. Метод Дюамеля решения задачи Коши.
9. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Функция Грина.
10. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций.
11. Метод Фурье для волнового уравнения: однородное уравнение, неоднородные начальные и однородные граничные условия.
12. Метод Фурье для волнового уравнения: неоднородное уравнение, неоднородные начальные и граничные условия.
13. Метод Фурье для однородного уравнения теплопроводности.
14. Метод Фурье для неоднородного уравнения теплопроводности.
15. Метод Фурье решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

16. Понятие о функции Грина на примере уравнения колебания струны и уравнения теплопроводности.
17. Решение методом преобразования Фурье задачи Коши для уравнения колебаний бесконечной струны (формула Даламбера).
18. Метод преобразования Фурье решения начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
19. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Формулы Грина.
20. Свойства гармонических функций.
21. Внутренняя (внешняя) задача Дирихле для уравнения Лапласа и единственность ее решения.
22. Функция Грина задачи Дирихле и ее свойства. Решение задачи Дирихле с помощью функции Грина.
23. Потенциал объемных масс и его свойства.
24. Потенциал простого слоя и его свойства.
25. Потенциал двойного слоя и его свойства.
26. Внутренняя и внешняя задачи Неймана. Условия их разрешимости и единственности решения.
27. Задача Коши для однородного волнового уравнения (n=1) и ее решение методом характеристик (формула Даламбера).
28. Формула Кирхгофа решения задачи Коши для однородного волнового уравнения в пространстве (n=3). Принцип Гюйгенса. Передний и задний фронты волны.
29. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения (n=2).
30. Метод Дюамеля решения неоднородного волнового уравнения.
31. Область зависимости и область влияния для волнового уравнения.
32. Задачи Гурса и Дарбу и их решение методом характеристик.

Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине

Результаты обучения	«Неудовлетво-рительно»	«Удовлетво-рительно»	«Хорошо»	«Отлично»
Знания: классификации уравнений математической физики и основных принципов построения их решений, методов качественного и асимптотического анализа поведения решений начальных, начально-краевых и краевых задач для уравнений, возникающих в приложениях	Знания отсутствуют	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Систематические знания
Умения: использовать технику гармонического анализа для решения уравнений с частными производными методом Фурье, получать интегральные представления решений уравнений эллиптического, гиперболического и параболического типов	Умения отсутствуют	В целом успешное, но не систематическое умение, допускает неточности непринципиального характера	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение использовать технику гармонического анализа.	Успешное умение использовать технику гармонического анализа.
Владения: техникой и приемами построения решений основных классов уравнений математической физики и анализа их	Навыки построения и анализа решений отсутствуют	Фрагментарное владение методикой, наличие отдельных	В целом сформированные навыки построения и	Свободное владение техникой и приемами построения

качественного поведения		навыков	анализа решений	решений и анализа их поведения

8. Ресурсное обеспечение:

А) Перечень основной и дополнительной литературы.

- основная литература:

1. Будак Б.М, Самарский А.А., Тихонов А.Н.. Сборник задач по математической физике. М., Наука, 1976.
2. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. М., МГУ, 1993.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1972.

- дополнительная литература:

4. Архипов Г.И., Чубариков В.Н., Садовничий В.А. Лекции по математическому анализу.
5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика (в 3-х томах),
6. Зорич В.А. Математический анализ (в 2-х томах),
7. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа (в 2-х томах) М., Физматлит
8. Кудрявцев Н.Л. Лекции по математическому анализу. М., 2013
9. Кудрявцев Н.Л. Лекции по математическому анализу. М., 2016
10. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М., Наука, 1980.
11. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., Наука,1985.
12. Эльсгольц Л.Е. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Наука, 1965.

9. Язык преподавания – русский.

10. Преподаватель (преподаватели)– Кудрявцев Н.Л., Михалев С.Н.

11. Автор (авторы) программы – Прилепко А.И.