

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Геологический факультет

УТВЕРЖДАЮ  
Декан Геологического факультета  
академик  
\_\_\_\_\_/Д.Ю.Пушаровский/  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Теория функций комплексной переменной**

Авторы-составители: Печенцов А.С.

**Уровень высшего образования:**  
*Бакалавриат*

**Направление подготовки:**  
**05.03.01 Геология**

**Направленность (профиль) ОПОП:**  
**Геофизика**

Форма обучения:  
*Очная*

Рабочая программа рассмотрена и одобрена  
Учебно-методическим Советом Геологического факультета  
(протокол № \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_)

Москва 20\_\_

---

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Геология» (*программы бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки*) в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение – 2018.

© Геологический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова  
*Программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения факультета.*

## **Цель и задачи дисциплины**

**Целью** курса "Теория функций комплексного переменного" является закладка теоретического фундамента, Аппарат теории функций комплексного переменного широко используется в задачах геофизики, в частности при исследовании плоских задач гравиразведки и магниторазведки.

**Задачи** – освоение методов исследования аналитических функций, контурных интегралов, приёмами вычислений контурных и несобственных интегралов и их применение при решении прикладных задач.

**1. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО** – вариативная часть, естественно-научный цикл, курс –II, семестр – 4.

### **2. Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия:**

освоение дисциплины "Теория функций комплексного переменного" требует прохождения обучения по дисциплинам «Высшая математика» и « Математический анализ».

Дисциплина необходима в качестве предшествующей для дисциплин «Уравнения математической физики», «Интегральные уравнения» дисциплин магистерской программы «????», а также для научно-исследовательской работы и выполнения выпускных квалификационных работ.

### **3. Результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.**

Компетенции выпускников, формируемые (полностью или частично) при реализации дисциплины:

УК-5.Б Способность в контексте профессиональной деятельности использовать знания об основных понятиях, объектах изучения и методах естествознания.

ОПК-4.Б Способность применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач

### **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):**

**Знать:** Определения, свойства основных элементарных функций, многозначных функций (корень  $n$ -ой степени,  $\text{Arg}$ ,  $\text{Ln}$ ), аналитических функций, контурных интегралов. Знать формулы Коши-Адамара, Сохоцкого, интегральную формулу Коши.

**Уметь:** Вычислять радиус сходимости степенного ряда, определять область сходимости ряда Лорана, проводить классификацию изолированных особых точек, разлагать аналитические функции в ряд Тейлора, вычислять вычеты в случае полюса. Вычислять контурные интегралы, определённые интегралы и несобственные интегралы с помощью вычетов.

**Владеть:** методами теории функций комплексного переменного.

### **4. Формат обучения** – лекционные и семинарские занятия

**5. Объем дисциплины (модуля)** составляет 2 з.е., в том числе **72** академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (**26** часов – занятия лекционного типа, **26** часов – занятия семинарского типа, **10** часа – групповые консультации, **10** часов – мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), **20** академических часа на самостоятельную работу обучающихся. Форма промежуточной аттестации – экзамен

**6. Содержание дисциплины (модуля)**, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

### **Краткое содержание дисциплины (аннотация):**

В курсе "Теория функций комплексного переменного" излагаются следующие темы:

- комплексные числа, сфера Римана, предел последовательности, предел функции комплексного переменного, производная и дифференциал функции комплексного переменного, конформные отображения.
- многозначные функции, римановы поверхности.
- интеграл от функции комплексного переменного, интегральная теорема Коши, интегральная формула Коши, формула Ньютона-Лейбница.
- степенные ряды, аналитичность суммы степенного ряда, разложение аналитической функции в ряд Тейлора, гармонические функции, интеграл Пуассона.
- ряд Лорана, область сходимости, теорема Лорана.
- изолированные особые точки, интеграл типа Коши.
- вычеты, логарифмический вычет, принцип аргумента, вычисление интегралов с помощью вычетов.
- плоская задача гравиразведки и магниторазведки.

На практических занятиях студенты развивают умение логического мышления, знакомясь с основными понятиями теории функций комплексной переменной, овладевают техникой работы с функциональными рядами и контурными интегралами, методами исследования аналитических функций, приобретают навыки использования теоретических знаний для решения конкретных задач.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы * (виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр. – указываются при необходимости)
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы				
		Занятия лекционного типа	Занятия лабораторного типа	Занятия семинарского типа	Всего	
Раздел 1. Комплексные числа. Производная и дифференциал функции комплексного переменного		4		6	10	Подготовка к контрольному опросу, 4 часа
Раздел 2. Элементарные функции. Многозначные функции. Риманова поверхность.		3		2	5	Подготовка к контрольному опросу, 4 часа

Раздел 3. Интеграл функции комплексного переменного. Интегральная формула Коши.		6		4	10	Подготовка к контрольному опросу, 4 часа
Раздел 4. Степенные ряды. Аналитические функции. Ряд Тейлора аналитической функции		6		4	10	Подготовка к контрольному опросу, 4 часов
Раздел 5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки. Интеграл типа Коши.		2		4	6	Подготовка к контрольному опросу, 2 часа
Раздел 6 Вычеты. Логарифмический вычет. Принцип аргумента.		4		6	10	Контрольная работа, 2 часа.
Раздел 7. Плоская задача гравиразведки.		2		0	2	
Промежуточная аттестация <i>экзамен</i>						
<b>Итого</b>		<b>72</b>		<b>52</b>		<b>20</b>

### Содержание разделов дисциплины:

1. Комплексные числа. Производная и дифференциал функции комплексного переменного.

Операции над комплексными числами. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Стереографическая проекция. Расширенная комплексная плоскость. Предел последовательности комплексных чисел. Предел функции комплексного переменного. Непрерывные функции. Производная и дифференциал функции комплексной переменной. Производная композиции (сложной) функции. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости (условия Коши-Римана). Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

2. Элементарные функции. Многозначные функции. Риманова поверхность.

Дробно-линейная функция и её свойства. Экспоненциальная функция и её свойства. Тригонометрические функции и их свойства. Многозначная функция корень  $n$ -ой степени из  $z$ . Риманова поверхность этой функции. Логарифмическая функция  $\text{Ln}z$  и её свойства. Риманова поверхность  $\text{Ln}z$ . Общая показательная и степенная функция.

3. Интеграл функции комплексного переменного. Интегральная формула Коши.

Интеграл от функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная теорема Коши. Теорема о составном контуре. Первообразная, формула Ньютона – Лейбница. Интеграл Пуассона.

4. Степенные ряды. Аналитические функции. Ряд Тейлора аналитической функции

Первая теорема Абеля. Круг сходимости степенного ряда. Формула Коши – Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Единственность разложения функции в степенной ряд. Интегральная формула Коши. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Теорема Лиувилля

5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки. Интеграл типа Коши.

Область сходимости ряда Лорана. Терема Лорана. Изолированные особые точки однозначного характера и их классификация

6. Вычеты. Логарифмический вычет. Принцип аргумента.

Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета в случае полюса. Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше. Лемма Жордана. Вычисление определённых интегралов с помощью вычетов.

**Содержание практических (лабораторных занятий).**

**Содержание семинаров.**

**Рекомендуемые образовательные технологии**

**7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

**7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.**

Текущий контроль усвоения дисциплины осуществляется путем проведения письменного контрольного опроса студентов и письменных контрольных работ.

*Примерный перечень вопросов для проведения текущего контроля:*

### **I. Определения.**

1. Предел последовательности комплексных чисел.
2. Предел функции.
3. Непрерывность функции.
4. Производная функции.
5. Дифференциал функции
6. Экспоненциальная функция
7. Логарифмическая функция.
8. Показательная функция.
9. Степенная функция.
10. Определение степенного ряда.
11. Определение радиуса сходимости степенного ряда.
12. Аналитическая в точке функция.
13. Ряд Тейлора функции.
14. Ряд Лорана функции.
15. Определение вычета функции.

### **II.**

1. Производная композиции функции.
2. Правило дифференцирования обратной функции.
3. Многозначная функция корень  $n$ -ой степени из  $z$ .
4. Риманова поверхность корня  $n$ -ой степени из  $z$ .
5. Логарифмическая функция  $\text{Ln}z$ .
6. Риманова поверхность  $\text{Ln}z$ .
7. Круг сходимости степенного ряда.
8. Формула Коши –Адамара для радиуса сходимости степенного ряда.
9. Равномерная сходимость степенного ряда.
10. Ряд Тейлора аналитической функции.
11. Ряды Тейлора элементарных функций.
12. Интеграл типа Коши.

13. Вычисление вычета в случае полюса.
14. Лемма Жордана.
15. Логарифмический вычет.

### III.

1. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции.
2. Интегральная теорема Коши.
3. Интегральная формула Коши.
4. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
5. Теорема Лиувилля.
6. Теорема Лорана.
7. Интеграл типа Коши.
8. Принцип аргумента.
9. Теорема Руше.
10. Лемма Жордана.

#### 11. Темы контрольных работ:

Контрольная работа 1: Производная и дифференциал функции. Дробно-линейная функция

Контрольная работа 2: Степенные ряды, Ряд Лорана.

Контрольная работа 3. Вычеты. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

#### 7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

*Примерный перечень вопросов при промежуточной очной аттестации:*

1. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел.
2. Стереографическая проекция. Сфера Римана. Расширенная комплексная
3. Предел последовательности комплексных чисел. Необходимое и достаточное условия сходимости последовательности.
4. Предел функции комплексного переменного. Непрерывные функции.
5. Производная и дифференциал функции комплексного переменного.
6. Производная композиции (сложной) функции.
7. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости (условие Коши-Римана).
8. Дробно-линейная функция и её свойства.
9. Экспоненциальная функция и её свойства.
10. Тригонометрические функции и их свойства.
11. Многозначная функция корень  $n$ -ой степени .
12. Риманова поверхность корня  $n$ -ой степени.
13. Логарифмическая функция  $\operatorname{Ln}z$  и её свойства.
14. Риманова поверхность  $\operatorname{Ln}z$
15. Общая показательная функция и её свойства.
16. Общая степенная функция и её свойства.
17. Интеграл от функции комплексного переменного и его свойства.
18. Интегральная теорема Коши.
19. Теорема о составном контуре.
20. Интегральная формула Коши.
21. Первообразная, формула Ньютона –Лейбница.
22. Степенные ряды. Первая теорема Абеля.
23. Круг сходимости степенного ряда.
24. Аналитичность суммы степенного ряда.
25. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.

26. Теорема Лиувилля.
27. Гармонические функции, интеграл Пуассона.
28. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана.
29. Теорема Лорана.
30. Изолированные особые точки однозначного характера и их классификация
31. Вычеты. Основная теорема о вычетах.
32. Логарифмический вычет. Принцип аргумента.
33. Теорема Руше.
34. Лемма Жордана. Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов.
35. Плоская задача гравиразведки и магниторазведки.

### Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине.

Результаты обучения	«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
Знания	Знания отсутствуют или фрагментарны	Знание определений и формулировок, умение доказывать простейшие утверждения	Общие, структурированные знания, имеются пробелы в доказательствах отдельных утверждений	Систематические знания
Умения	Умения в целом отсутствуют, допускаются ошибки принципиального характера	В целом успешное использование умений, но имеются отдельные пробелы в умениях, допускаются неточности неприципиального характера	В общем успешное, но допускаются отдельные неточности неприципиального характера	Успешное использование умений
Владения	Навыки владения методами отсутствуют, наличие отдельных навыков	Фрагментарное владение методами, наличие отдельных навыков	В целом сформированные навыки, применения методов	Владение методами

### 8. Ресурсное обеспечение:

#### А) Перечень основной и дополнительной литературы.

##### - основная литература:

1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного.
2. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций.
3. Волков Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного.



**- дополнительная литература:**

Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного.  
Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного.  
Операционное исчисление. Теория устойчивости.  
Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Ч. 1

9. Язык преподавания – русский.

10. Преподаватель (преподаватели) – Печенцов А.С., Кудрявцев Н.Л., Прошкина А.В.,  
Антонов А.П.

11. Автор (авторы) программы – Печенцов А.С.