

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Геологический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан Геологического факультета
академик

_____/Д.Ю.Пущаровский/

«__» _____ 20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математическая статистика

Автор-составитель: Пономаренко Л. С.

Уровень высшего образования:

Бакалавриат

Направление подготовки:

05.03.01 Геология

Направленность (профиль) ОПОП:

Гидрогеология, инженерная геология, геокриология

Форма обучения:

Очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
Учебно-методическим Советом Геологического факультета
(протокол № _____, _____)

Москва 2019__

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Геология» (*программы бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки*) в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение – 2018.

© Геологический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова
Программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения факультета.

Цель и задачи дисциплины

Целью курса "Математическая статистика" является знакомство студентов с основными понятиями теории вероятностей, такими как вероятностная модель случайного эксперимента, случайные величины и их распределения, числовые характеристики распределений, основными теоремами, в том числе законом больших чисел и центральной предельной теоремой, на которых основаны применения теории вероятностей и математической статистики. А также освоение студентами теоретических основ математической статистики, знакомство с постановкой задач проверки статистических гипотез о виде распределения, параметрах распределения, независимости признаков. Знакомство с методами оценивания неизвестных параметров распределений, построения доверительных интервалов для неизвестных параметров.

Задачи – освоение методов вычисления вероятностей случайных событий, вычисления числовых характеристик распределений случайных величин, построение выборочного распределения и оценивание неизвестных параметров распределений по выборочным данным, проверка согласия выборочных данных с математической моделью, проверка статистических гипотез о параметрах распределений, изучение зависимости между наблюдаемыми признаками.

1. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО – вариативная часть, естественно- научный цикл, курс – II, семестр – 4. *строго по Учебному плану.*

2. Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия:

учащиеся должны владеть знаниями по высшей математике (математическому анализу, линейной алгебре) в объеме, соответствующем программе первого и второго года обучения основных образовательных программ бакалавриата по данной специальности.

Дисциплина необходима в качестве предшествующей при проведении дисциплин практикума, а также для научно-исследовательской работы и выполнения выпускных квалификационных работ.

3. Результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Компетенции выпускников, формируемые (полностью или частично) при реализации дисциплины:

УК-5.Б Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности в соответствии с профилем подготовки (формируется частично),

ОПК-4.Б Способность применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач (формируется частично).

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

Знать: основные понятия и определения теории вероятностей и математической статистики: случайное событие, случайная величина, математическое ожидание и дисперсия случайной величины, знать основные распределения и свойства этих распределений; закон больших чисел и центральную предельную теоремы; постановки основных задач математической статистики и основные теоремы, позволяющие находить решения этих задач.

Уметь: проводить вычисления и оценки вероятностей случайных событий, применяя известные неравенства и теоремы, вычислять математическое ожидание, дисперсию и другие числовые характеристики распределений случайных величин и уметь оценивать эти характеристики по выборочным данным; исследовать зависимость между случайными величинами и строить наилучшие линейные прогнозы; проверять согласие математической

модели с выборочными данными; проверять гипотезы о параметрах нормального распределения и строить доверительные интервалы для неизвестных параметров.

Владеть: знаниями основных распределений, навыками использования подходящей вероятностной модели и применением нужных формул при решении задач.

4. Формат обучения – лекционные и семинарские занятия, реализуются с использованием меловой доски.

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 3 з.е., в том числе 52 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (26 часов – занятия лекционного типа, 26 часов – занятия семинарского типа, 2 часа – групповые консультации, 10 часов – мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 56 академических часов на самостоятельную работу обучающихся. Форма промежуточной аттестации – 2 контрольные работы и экзамен.

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

Краткое содержание дисциплины (аннотация):

В курсе "Математическая статистика" излагаются следующие проблемы:

- понятие математической модели случайного эксперимента, определение и свойства вероятности, примеры часто используемых вероятностных моделей;
- понятие условной вероятности, независимости (взаимной независимости для $n \geq 3$) случайных событий;
- случайные величины и их распределения, числовые характеристики распределений, совместные распределения случайных величин, ковариация и коэффициент корреляции;
- неравенства Чебышева и Маркова, закон больших чисел, центральная предельная теорема;
- выборочное (эмпирическое) распределение, выборочные моменты, связь выборочного распределения и неизвестного теоретического распределения;
- критерии согласия Колмогорова и Пирсона, проверка статистических гипотез о виде распределения, независимости признаков, однородности выборок;
- построение точечных и интервальных оценок неизвестных параметров, проверка гипотез о неизвестных параметрах распределений.

На практических занятиях студенты получают практические навыки проведения расчетов вероятностей, числовых характеристик распределений, решения статистических задач.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы * (виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр. – указываются при необходимости)
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы				
		Занятия лекционного типа	Занятия лабораторного типа	Занятия семинарского типа	Всего	
Тема 1. Основная математическая модель случайного эксперимента, определение и свойства вероятности, классическая и геометрическая модели. Общая дискретная модель.	12	4		4	8	4
Тема 2. Понятие условной вероятности, Формулы умножения, полной вероятности и Байеса. Независимость (взаимной независимости для $n \geq 3$) случайных событий;	6	2		2	4	2
Тема 3. Схема независимых повторных испытаний Бернулли. Приближенная формула Пуассона, локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа. ----- Промежуточная аттестация: контрольная работа 1.	10	2		2	4	Подготовка к контрольному опросу, 6 часов
Тема 4. Дискретные случайные величины. Биномиальное, геометрическое, пуассоновское распределения. Дискретная функция распределения. Математическое ожидание, дисперсия дискретных случайных величин. Их свойства.	12	4		4	8	4
Тема 5. Непрерывные случайные величины.	12	4		4	8	4

Плотность распределения, формулы для вычисления математических ожиданий. Нормальное, равномерное, показательное, логнормальное распределения.						
Тема 6. Неравенства Чебышева и Маркова, закон больших чисел, центральная предельная теорема	6	2		2	4	2
Промежуточная аттестация: контрольная работа 2.	6					Подготовка к контрольному опросу, 6 часов
Тема 7. Выборка. Выборочное распределение. Теоремы Гливенко и Колмогорова. Выборочные среднее и дисперсия.	6	2		2	4	2
Тема 8. Основные понятия теории проверки гипотез: критическое множество, уровень значимости, мощность критерия. Проверка гипотез о виде распределения. Критерий согласия Колмогорова. Критерий согласия Пирсона хи-квадрат. Проверка гипотез о независимости признаков, об однородности нескольких выборок.	6	2		2	4	2
Тема 9. Оценка параметров распределений. Точечные и интервальные оценки для неизвестных параметров в нормальных выборках. Совместное распределение \bar{X} и S^2 . Распределения Стьюдента, Фишера-Снедекора.	6	2		2	4	2
Тема 10. Проверка гипотез о параметрах в нормальных выборках. Проверка гипотез о равенстве математических ожиданий и равенстве дисперсий в двух нормальных выборках.		2		2	4	2
Промежуточная аттестация: экзамен						Подготовка к контрольному опросу, 20 часов
Итого	108			52		56

Содержание практических (лабораторных занятий).

Содержание семинаров. Темы семинаров соответствуют темам лекций, отведенные часы указаны в таблице. На семинарах разбираются практические задачи, формируются навыки применения вероятностных методов.

Рекомендуемые образовательные технологии

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

Примерные варианты контрольная работа	
Контрольная работа № 1 по теме «Вычисление вероятностей» <ol style="list-style-type: none">Из 10 образцов породы б взяты на месторождении А, а 4 – на месторождении Б. Случайным образом выбирают 3 образца. Найдите вероятность, что среди них хотя бы 2 будут с месторождения А.В порт в течение суток должны причалить две баржи, на разгрузку каждой из них понадобится 4 часа. Считая времена прихода барж в порт случайными и независимыми друг от друга, найдите вероятность того, что ни одной из них не придется ждать начала разгрузки.Из первой урны, содержащей 3 белых и 2 красных шара, случайно выбранный шар переложили во вторую урну. После перемешивания из второй урны выбрали 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белого цвета, если первоначально во второй урне было 2 белых и 2 красных шара.В компьютерном классе установлено 6 одинаковых компьютеров, вероятность сбоя в течение недели для каждого из них составляет 0.01. Найдите вероятности того что за неделю произойдет сбой а) ровно на 2 компьютерах, б) хотя бы на одном компьютере.На Всероссийскую студенческую конференцию получили приглашения 400 участников. Каждый из них может приехать с вероятностью 0.8. Найдите приближенное значение вероятности того, что в общежитии, рассчитанном на 340 мест, хватит мест всем приехавшим.	Контрольная работа №2 по теме «Случайные величины» <ol style="list-style-type: none">Спортсмену для выполнения квалификации предоставляется 3 попытки. Каждая попытка может оказаться успешной с вероятностью 0.9. После успешной попытки спортсмен проходит в основные соревнования и других попыток не совершает. Пусть ξ Число совершенных попыток. Укажите распределение этой случайной величины, постройте график функции распределения, вычислите $M\xi, D\xi$.По заданной таблице совместного распределения двух дискретных случайных величин найти частные распределения, вычислить ковариацию случайных величин.Плотность распределения случайной величины ξ равна cx^2 на отрезке $[0;1]$ и равна 0 в остальных точках. Найдите константу, вычислите функцию распределения ξ, $M\xi, D\xi$.Случайная величина ξ распределена нормально $N(2; 4)$. Найдите $P\{0 \leq \xi \leq 6\}$, плотность распределения $\eta = e^\xi$.Случайная точка (ξ, η) равномерно распределена на множестве $M = \{(x, y) x^2 + y^2 \leq 1\}$. Найдите частные распределения и выясните, будут ли эти величины независимыми? Вычислите ковариацию случайных величин.

Для текущего контроля студентов в ходе семестра проводятся контрольные работы, примерные варианты которых приведены выше.

Итоговая аттестация по предмету «математическая статистика» проводится в виде экзамена. Билеты содержат два теоретических вопроса программы и вычислительную задачу по математической статистике

Примерный перечень вопросов для проведения текущего контроля/ Темы конт рольных работ :

1. Основная математическая модель случайного эксперимента: множество элементарных исходов, случайные события, вероятность случайного события. Свойства вероятности.
2. Примеры вероятностных моделей: классическая модель, геометрическая модель. Дискретная вероятностная модель. Примеры вычисления вероятностей.
3. Схема независимых повторных испытаний Бернулли. Вероятность наступления k успехов в n испытаниях. Наиболее вероятное число успехов. Пуассоновская и нормальная аппроксимации для биномиальных вероятностей при большом числе испытаний.
4. Условные вероятности и независимость случайных событий. Вероятность одновременного наступления нескольких случайных событий. Формулы полной Вероятности и Байеса. Априорные и апостериорные вероятности.
5. Дискретные случайные величины. Таблица распределения и функция распределения. Математическое ожидания и дисперсия и их свойства. Совместное распределение двух и более случайных величин. Независимые случайные величины.
6. Основные дискретные распределения: биномиальное, пуассоновское, геометрическое и гипергеометрическое. Свойства этих распределений, вычисление математических ожиданий и дисперсий. Полиномиальное распределение.
7. Непрерывные случайные величины. Функция распределения и плотность распределения. Формулы для вычисления математических ожиданий. Совместное распределение двух и более непрерывных случайных величин. Формула свертки.
8. Основные непрерывные распределения: равномерное, показательное, нормальное, логнормальное. Вычисление математических ожиданий и дисперсий этих распределений.
9. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин – характеристики взаимной зависимости случайных величин. Свойства. Уравнение линейной регрессии.
10. Неравенство Чебышева и закон больших чисел. Применение закона больших чисел для приближенного вычисления математических ожиданий случайных величин, для оценивания вероятности наступления случайного события.
11. Центральная предельная теорема. Вычисление вероятностей для сумм большого числа случайных величин. Оценка вероятностей отклонений относительной частоты от вероятности случайного события. Построение доверительного интервала для неизвестной вероятности. Оценка необходимого числа наблюдений для достижения заданной точности оценивания.
12. Элементы выборочного анализа: выборка, выборочные моменты, выборочная функция распределения, вариационный ряд, гистограмма и полигон частот. Выборочные характеристики как оценки соответствующих теоретических характеристик. Метод моментов. Свойства несмещенности и состоятельности оценок.
13. Оценивание параметров в нормальных выборках. Совместное распределение выборочного среднего и выборочной дисперсии. Распределения хи-квадрат, Стьюдента . Построение доверительных интервалов параметров нормального и логнормального распределений.
14. Проверка статистических гипотез о параметрах нормального распределения. Вероятности ошибок первого и второго рода. Уровень значимости и мощность критерия.

15. Статистические задачи для двух нормальных выборок. Проверка гипотез о равенстве дисперсий и равенстве математических ожиданий двух выборок. Распределение Фишера-Снедекора.

16. Проверка гипотез о виде распределения. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова. Использование функции Колмогорова для построения доверительного интервала для неизвестной непрерывной функции распределения.

17. Проверка гипотезы об однородности нескольких выборок с помощью критерия Пирсона.

18. Проверка гипотезы о независимости признаков. Критерий Пирсона, ранговый критерий Спирмена, критерий, основанный на выборочном коэффициенте корреляции.

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Приведем примеры билетов для экзамена.

Билет № 1.

1. Свойства распределения Пуассона. Примеры использования. Вычисление математического ожидания и дисперсии.
2. Построение доверительного интервала для неизвестного математического ожидания в нормальной выборке.
3. По данным 7 измерений сопротивления проволоки типа А: 0.126, 0.131, 0.126, 0.127, 0.124, 0.130, 0.128, и 5 измерений для проволоки типа Б: 0.129, 0.130, 0.132, 0.136, 0.139 – проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормальных выборок.

Билет № 2.

1. Условная вероятность. Формулы полной вероятности и Байеса.
2. Выборочные характеристики как оценки соответствующих теоретических характеристик. Метод моментов. Свойства несмещенности и состоятельности оценок.
3. Из 300 абитуриентов, поступивших в институт, 97 имели оценку «5» в школе и 48 получили «5» на вступительных экзаменах в ВУЗ по тому же предмету, причем только 18 из них имели «5» и в школе, и в ВУЗе. С уровнем значимости 0.05 проверить гипотезу о независимости оценок «5» в школе и ВУЗе.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)				
Оценка	2	3	4	5
РО и соответствующие виды оценочных средств				
Знания	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения <i>Контрольная работа, экзамен</i>	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности)	Успешное и систематическое умение

			непринципиально о характера)	
Навыки (владения, опыт деятельности)	Отсутстви е навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированны е навыки (владения), применяемые при решении задач

8. Ресурсное обеспечение:

А) Перечень основной и дополнительной литературы.

- основная литература:

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров. М. Юрайт, 2014.
2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для прикладного бакалавриата. М. Юрайт, 2014.
3. Пономаренко Л. С. Экзаменационные задачи по математической статистике. Москва, МАКС Пресс, 2001.

- дополнительная литература:

4. Прохоров Ю. В., Пономаренко Л. С. Лекции по теории вероятностей и математической статистике. Учебник и практикум для академического бакалавриата. М. Юрайт, 2019.
5. Пономаренко Л. С. Контрольные работы и тесты по теории вероятностей. М. МАКС Пресс, 2017.

Д) Материально-технического обеспечение: - аудитория с меловой доской.

9. Язык преподавания – русский.

10. Преподаватель (преподаватели) – Пономаренко Л. С.

11. Автор (авторы) программы – Пономаренко Л. С.