

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Геологический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан Геологического факультета  
академик

\_\_\_\_\_/Д.Ю.Пущаровский/

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Интегральные преобразования**

Автор-составитель: Прилепко А.И.

**Уровень высшего образования:**

***Бакалавриат***

**Направление подготовки:**

**05.03.01 Геология**

**Направленность (профиль) ОПОП:**

**Геофизика**

Форма обучения:

***Очная***

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

Учебно-методическим Советом Геологического факультета

(протокол № \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_)

Москва 20\_\_

---

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Геология» (*программы бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки*) в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение – 2017.

© Геологический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова

*Программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения факультета.*

## Цель и задачи дисциплины

**Целью** курса "Интегральные преобразования" является освоение студентами фундаментальных принципов и методов классической математической физики, использующих технику интегральных преобразований, операционное исчисление и анализ Фурье применительно к уравнениям систем, возникающим в приложениях.

**Задачи:** освоение методов построения разложений Фурье по системам специальных функций, овладение приемами нахождения прямого и обратного преобразований Фурье, отыскания оригинала и изображения сигналов при преобразовании Лапласа.

**1. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО** – вариативная часть, естественно-научная дисциплина, курс – III, семестр – 6.

### 2. Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия:

освоение дисциплин «Уравнения математической физики», «Дифференциальные уравнения», «Математический анализ», «Высшая математика».

Дисциплина необходима в качестве предшествующей для дисциплин "Математическая обработка сейсмических данных", "Некорректные задачи геофизики", "Интерпретация данных электроразведки", "Интерпретация гравитационных и магнитных аномалий", "Теоретические основы обработки геофизических сигналов".

### 3. Результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Компетенции выпускников, формируемые (полностью или частично) при реализации дисциплины:

УК-1.Б Способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации (формируется частично).

УК-5.Б Способность в контексте профессиональной деятельности использовать знания об основных понятиях, объектах изучения и методах естествознания (формируется частично).

ОПК-4.Б Способность применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач (формируется частично).

### Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

**Знать:** основные принципы гармонического анализа, методы построения базовых интегральных преобразований (прямых и обратных), использующихся в математической физике, интегральные представления специальных функций.

**Уметь:** использовать технику гармонического анализа для построения разложений функций в ряды Фурье по ортогональным системам, находить оригинал и изображение при преобразовании Лапласа, применять интегральные преобразования в задачах передачи сигналов.

**Владеть:** методами и приемами вычисления основных интегральных преобразований и их обращения, техникой операционного исчисления.

**4. Формат обучения:** лекционные и семинарские занятия.

**5. Объем дисциплины (модуля)** составляет 3з.е., в том числе 51 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (13 часов – занятия лекционного типа, 26 часов – занятия семинарского типа, 2 часа – групповые консультации, 10 часов – мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 69 академических часов на самостоятельную работу обучающихся. Форма промежуточной аттестации – экзамен

**6. Содержание дисциплины (модуля),** структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

**Краткое содержание дисциплины (аннотация):**

В курсе "Интегральные преобразования" излагаются следующие разделы:

- Ряды Фурье в математической физике. Преобразование Фурье и его свойства
- Гармонический анализ сигналов. Физически реализуемые сигналы с конечным спектром
- Преобразование Лапласа и его применение в операционном исчислении
- Интегральные уравнения, специальные функции и их интегральные представления

На практических занятиях студенты знакомятся методами и приемами вычисления основных интегральных преобразований и их обращения, учатся применять технику операционного исчисления.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы (виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр. –указываются при необходимости)
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы				
		Занятия лекционного типа	Занятия лабораторного типа	Занятия семинарского типа	Всего	
Раздел 1.Ряды Фурье в математической физике. Преобразование Фурье и его свойства		4		12	16	14 (подготовка к коллоквиуму №1)
Раздел 2. Гармонический анализ сигналов. Физически реализуемые сигналы с конечным спектром		3		2	5	14 (подготовка к коллоквиуму №2)
Раздел 3. Преобразование Лапласа и его применение в операционном исчислении		4		8	12	17 (подготовка к контрольной работе)
Раздел 4. Интегральные уравнения, специальные функции и их интегральные представления		2		4	6	14 (подготовка к коллоквиуму №3)
Промежуточная аттестация <u>экзамен</u>						10
<b>Итого</b>	<b>108</b>			<b>39</b>		<b>69</b>

### **Содержание разделов дисциплины:**

#### **1. Ряды Фурье в математической физике. Преобразование Фурье и его свойства**

Общие ряды Фурье и нахождение коэффициентов разложения. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье. Амплитудный и фазовый спектры. Разложение в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля. Полиномы Лежандра и ряды Фурье по ним. Ряды Фурье-Бесселя. Разложение по сферическим функциям. Прямое и обратное преобразование Фурье. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Дельта-функция. Преобразование Фурье медленно растущих распределений. Свертка и преобразование Фурье.

#### **2. Гармонический анализ сигналов. Физически реализуемые сигналы с конечным спектром**

Сигналы с ограниченным спектром. Понятие о фильтрации сигналов. Теорема Пэли-Винера о финитности спектра. Теорема Котельникова о передаче сигналов с конечным спектром. Взаимнокорреляционная и автокорреляционная функции для неслучайных сигналов. Спектр мощности сигнала. Физически реализуемые сигналы. Понятие системы передачи сигналов: вход, выход, передаточная функция.

#### **3. Преобразование Лапласа и его применение в операционном исчислении**

Оригинал и изображение преобразования Лапласа. Аналитичность изображения. Формула обращения преобразования Лапласа. Связь с преобразованием Фурье. Свойства преобразования Лапласа. Свертка оригиналов. Образ Лапласа от свертки. Теорема умножения (свертка изображений). Запаздывание оригиналов и изображений. Применение преобразований Фурье и Лапласа физически реализуемых сигналов.

#### **4. Интегральные уравнения, специальные функции и их интегральные представления**

Понятие об интегральных уравнениях Фредгольма и Вольтерра. Интегральные преобразования Абеля и Радона. Интегральные представления для полиномов Лежандра и функций Бесселя. Понятие об асимптотических разложениях. Асимптотика функций Бесселя.

### **Содержание семинаров**

1. Ряды Фурье-Бесселя. Задача о колебании мембраны. (1 занятие)

2. Полиномы Лежандра и ряды Фурье по ним. Рекуррентные формулы. Производящая функция. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в пространстве (осесимметричный случай) (2 занятия)

3. Сферические функции, присоединенные полиномы Лежандра. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в пространстве (общий случай). (2 занятия)

4. Обобщенные функции. Преобразование Фурье, свертка. (2 занятия)

5. Интегральные уравнения (2 занятия)

5. Преобразование Лапласа. Различные способы нахождения оригиналов и изображений. (1 занятие)

6. Решение задач для ОДУ методом изображений (по Лапласу). (1 занятие)

7. Решение задач для уравнений с частными производными методом изображений. (1 занятие)

8. Применение метода изображений к нахождению несобственных интегралов и решению интегральных уравнений. (1 занятие)

### **Рекомендуемые образовательные технологии**

Используются презентации и интерактивные формы проведения занятий. Студенты выполняют индивидуальные задания в рабочей тетради под непосредственным руководством преподавателя или вместе с ним у доски. Активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой способствуют формированию и развитию профессиональных навыков и компетенций обучающихся.

### **7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

Для текущего контроля студентов в ходе семестра проводятся контрольные опросы и контрольная работа.

### **Содержание типовой контрольной работы:**

Задание №1: Решить краевую задачу для уравнения Лапласа в пространстве.

- Задание №2: Найти преобразование Фурье сингулярной функции медленного роста  
 Задание №3: Исследовать разрешимость интегрального уравнения  
 Задание №4: Методом изображений решить краевую задачу для ОДУ или УЧП  
 Задание №5: Методом изображений найти несобственный интеграл или решить интегральное уравнение

**Примерный перечень вопросов для проведения опроса:**

1. Ряды Фурье. Амплитудный и фазовый дискретные спектры.
2. Разложение в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля.
3. Уравнение Бесселя, функции Бесселя. Ряды Фурье-Бесселя.
4. Полиномы Лежандра и присоединенные полиномы Лежандра. Ряды Фурье по сферическим функциям.
5. Преобразование Фурье. Амплитудный и фазовый непрерывные спектры.
6. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Дельта-функция. Дифференцирование и сходимости обобщенных функций.
7. Преобразование Фурье медленно растущих распределений. Свертка и преобразование Фурье.
8. Сигналы с конечным спектром. Теорема Пели-Винера в комплексной области.
9. Теорема Котельникова о передаче сигналов с конечным спектром.
10. Предварительное понятие о фильтрации неслучайных сигналов.
11. Физически реализуемые сигналы. Связь преобразования Фурье для этих сигналов с преобразованием Лапласа.
12. Теорема Пели-Винера в вещественной области.
13. Преобразование Гильберта. Гильбертова пара.
14. Применение преобразований Фурье и Лапласа физически реализуемых сигналов.
15. Взаимнокорреляционная и автокорреляционная функции для неслучайных сигналов. Спектр мощности сигнала.
16. Понятие системы передачи сигналов: вход, выход, передаточная функция.
17. Преобразование Лапласа. Оригиналы и изображения. Свойства изображений.
18. Формула обращения преобразования Лапласа. Связь с преобразованием Фурье.
19. Свойства преобразования Лапласа (линейность, дифференцирование оригинала и изображения).
20. Свойства преобразования Лапласа (интегрирование оригинала и изображения).
21. Свойства преобразования Лапласа (запаздывание оригиналов и изображений, сдвиг оригинала и изображения).
22. Свертка оригиналов. Образ Лапласа от свертки. Теорема умножения (свертка изображений).
23. Понятие об интегральных уравнениях Фредгольма и Вольтерра. Интегральные преобразования Абеля и Радона.
24. Интегральные представления для полиномов Лежандра и функций Бесселя.
25. Понятие об асимптотических разложениях. Асимптотика функций Бесселя.

**Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине.**

Результаты обучения	«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
Знания: основные принципы гармонического анализа, методы построения базовых интегральных преобразований (прямых и обратных), использующихся в математической физике, интегральные представления специальных функций.	Знания отсутствуют	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Систематические знания

Умения: использовать технику гармонического анализа для построения разложений функций в ряды Фурье по ортогональным системам, находить оригинал и изображение при преобразовании Лапласа, применять интегральные преобразования в задачах передачи сигналов.	Умения отсутствуют	В целом успешное, но не систематическое умение, допускает неточности не принципиального характера	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение использовать технику гармонического анализа и интегральных преобразований	Успешное умение использовать технику гармонического анализа и интегральных преобразований
Владения: методами и приемами вычисления основных интегральных преобразований и их обращения, техникой операционного исчисления.	Навыки вычисления интегральных преобразований и применения операционного исчисления отсутствуют	Фрагментарное владение методикой, наличие отдельных навыков	В целом сформированные навыки вычисления интегральных преобразований и применения операционного исчисления	Владение методами и приемами вычисления интегральных преобразований и применения операционного исчисления

#### 8. Ресурсное обеспечение:

##### А) Перечень основной и дополнительной литературы.

###### - основная литература:

Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1972.

Эльсгольц Л.Е. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., Наука, 1965.

###### - дополнительная литература:

Архипов Г.И., Чубариков В.Н., Садовничий В.А. Лекции по математическому анализу.

Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика (в 3-х томах),

Зорич В.А. Математический анализ (в 2-х томах),

Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа (в 2-х томах) М., Физматлит

Кудрявцев Н.Л. Лекции по математическому анализу. М., 2013

Кудрявцев Н.Л. Лекции по математическому анализу. М., 2016

9. Язык преподавания – русский.

10. Преподаватель (преподаватели)– Кудрявцев Н.Л., Михалев С.Н.

11. Автор (авторы) программы – Прилепко А.И.